

INFLUÊNCIA DA INCERTEZA DO MODELO NA DETECÇÃO DE DANOS

Miguel E. Genovese, José L. Vital de Brito, Graciela N. Doz

PECC, Faculdade de Tecnologia

Universidade de Brasília, Brasília-DF, Brasil

e-mail: miguel@unb.br, web page: <http://www.unb.br/ft/enc/>

Palavras Chaves: Detecção de Danos, Dinâmica de Estruturas, Método do Erro.

Resumo. *Nesta última década, a determinação de danos adquiriu uma fundamental importância, devido principalmente às deteriorações que as estruturas têm sofrido. A determinação do dano permite analisar se é necessário tomar medidas preventivas para evitar problemas estruturais.*

Os ensaios dinâmicos têm se mostrado, entre outros tipos de ensaios, viáveis para a correta determinação de danos. Por meio desses ensaios, determinam-se as formas modais de vibração, assim como as frequências e amortecimentos. Da análise dessas características dinâmicas é possível, mediante a utilização de técnicas adequadas, localizar e quantificar o dano.

Com este propósito, é utilizado neste trabalho o Método do Erro Residual. Simulações numéricas são realizadas em uma viga simples, considerando o dano como uma redução das propriedades geométricas do elemento danificado. O Método dos Elementos Finitos é usado para modelar numericamente a viga com e sem dano, de forma a obter as formas modais e frequências de vibração. Foi verificado que a presença do dano afeta as características dinâmicas e, graças a este fato, é possível localizar e quantificar o dano corretamente.

Entretanto, em uma situação real, existem incertezas referentes ao modelo. Estas incertezas provêm de hipóteses e considerações tomadas no modelo numérico que não corresponde a realidade, como por exemplo material isotrópico, perfeitamente elástico, com formas geométricas constantes ao longo do seu comprimento, reações de apoio bem definidas, etc. Para tal, é alterada a matriz de rigidez, que representa o modelo, mediante a introdução de um ruído branco em diferentes níveis. Os resultados obtidos e conclusões são apresentadas.

1 INTRODUÇÃO

As estruturas em geral são submetidas durante a sua vida útil a um grande número de carregamentos, estáticos ou dinâmicos, que podem ocasionar-lhe danos. Estes podem causar problemas nas estruturas, deixando-as em casos extremos inutilizáveis. Disto decorre a importância da correta determinação do dano utilizando testes não destrutivos com o objetivo de evitar perdas econômicas ou vidas humanas.

Os testes geralmente consistem em fornecer à estrutura uma quantidade relativamente pequena de energia perto da região com suspeita de dano e examinar a sua resposta. Esses ensaios diferem em virtude das diferentes formas e características da energia administrada. Carregamentos estáticos, ultra-som, e testes dinâmicos são exemplos de testes não destrutivos, entre outros.

Os ensaios dinâmicos consistem em excitar a estrutura e medir as vibrações produzidas. Com os resultados colhidos experimentalmente, é possível obter as características dinâmicas das estruturas, ou em outras palavras, determinar as suas formas modais e frequências de vibração assim como seu amortecimento. Da análise dessas propriedades pode-se obter indiretamente as condições da estrutura.

Devido às modificações sofridas na rigidez e massa da estrutura provocadas pela presença do dano, é possível afirmar que as características dinâmicas, como as formas modais e frequências de vibração, também são alteradas de alguma forma em função da localização e severidade do dano.

Foi desenvolvida nestas últimas décadas uma grande quantidade de métodos de detecção de danos que utilizam os ensaios dinâmicos como principal fonte de informação. Uma revisão detalhada de todas as abordagens está fora do contexto deste trabalho e leitores interessados podem se remeter ao trabalho de revisão de Zou et al.¹ Os autores classificam os métodos em quatro categorias que são: métodos de análise modal, métodos no domínio da frequência, métodos no domínio do tempo e, finalmente, os métodos no domínio da impedância.

Os métodos de análise modal são aqueles que utilizam os dados provenientes das formas modais como principais parâmetros para a determinação do dano. Zou et al.¹ observaram que os métodos de análise modal geralmente utilizam o método dos elementos finitos associado a resultados experimentais para detectar o dano. Também observaram que a precisão do modelo afeta o método. O problema mais importante, segundo eles, está em obter os modos particulares que melhor descrevem o dano. Os métodos de análise modal podem ser aplicados a uma grande gama de estruturas. Devido a seu caráter global, tais métodos permitem a diminuição dos pontos de medição. Outro aspecto fundamental reside na relativa facilidade e baixo custo de se obter as características dinâmicas.

Como exemplo, pode-se citar o Método da Alteração na Curvatura² que se aplica muito bem a estruturas submetidas primordialmente a esforços de momento fletor. O método consiste em localizar o dano por meio da diferença provocada por este entre as curvaturas dos modos de vibração da estrutura intacta e danificada.

Outro exemplo é o índice *Modal Assurance Criterio*³ (MAC) e o índice *Coordinate Modal Assurance Criterio*⁴ (COMAC), utilizados na determinação do dano. Esses índices são uma medida da diferença entre os modos da estrutura intacta e danificada. No primeiro índice, MAC, procura-se a alteração provocada pelo dano testando a propriedade de ortogonalidade entre os modos de vibração da estrutura intacta e danificada. No segundo índice, COMAC, procuram-se diferenças entre os modos de vibração da estrutura intacta e danificada, ponto a ponto, em cada modo. Segundo Pandey et al.,² esses índices esbarram na pouca sensibilidade para a correta localização do dano.

Na dissertação de Genovese⁵ apresentou-se um método denominado Método do Erro Residual que localiza, em uma primeira etapa, e depois quantifica, o dano. Foram realizados testes numéricos e experimentais em 8 vigas de aço onde foram introduzidos diferentes níveis de dano em 6 delas. Os bons resultados obtidos permitiram demonstrar a aplicabilidade do método a este tipo de estruturas. Posteriormente, na dissertação de Brasiliano⁶ estendeu este estudo ao caso de estruturas aperticadas, também com êxito.

Em um trabalho mais recente apresentou-se também um Método de Detecção de Danos utilizando Formas Modais.⁷ Foram realizadas simulações numéricas em vigas simples e contínuas acrescidas de ruído no sinal. Os autores identificaram o dano corretamente. Basicamente, utilizaram uma formulação em Elementos Finitos que permite representar o dano como um vetor. Esse vetor, definido como um índice, premultiplica todos os elementos do sistema. Assim, resolvendo um sistema de equações indeterminado por meio de algoritmos de minimização, mostra-se possível a localização do dano mediante a simples inspeção no resultado final do mencionado vetor.

Já os métodos no domínio da frequência somente utilizam a informação referente às frequências de vibração. Essa abordagem pode fornecer técnicas de detecção de danos a preço módico. No entanto, Salawu,⁸ apresenta uma revisão dos métodos de detecção de dano por meio das alterações nas frequências, e afirma que somente as alterações nas frequências podem não ser parâmetros suficientes para a correta localização do dano.

Os métodos no domínio do tempo utilizam, conforme Zou et al.,¹ os históricos de registros no tempo combinados com os do domínio da frequência. Uma das vantagens dessa abordagem está na possibilidade de detectar danos locais ou globais por meio da alteração na frequência de excitação. Como exemplo pode-se mencionar o trabalho de Banks et al.⁹ Os autores apresentam uma formulação no domínio do tempo e criticam os métodos de análise modal observando que o dano possui uma característica local que não pode ser bem representada pelas características dinâmicas, que são de caráter global.

De acordo com Zou et al.,¹ os métodos de impedância tentam determinar o local do dano por meio da alteração na impedância da estrutura. A impedância mecânica (Z) é definida como o quociente entre a força aplicada à estrutura (F) e a velocidade de deslocamento (v) no ponto de aplicação da força $Z = \frac{F}{v}$. Esses métodos se mostram eficientes especialmente na detecção de defeitos planos. Cita-se como exemplo disso a Inspeção Não Destrutiva com o Método da Impedância.¹⁰

Entretanto, em uma situação real, existem incertezas referentes ao modelo. Estas

incertezas provêm de hipóteses e considerações tomadas no modelo numérico que não corresponde a realidade, como por exemplo material isotrópico, perfeitamente elástico, com formas geométricas constantes ao longo do seu comprimento, reações de apoio bem definidas, etc. Para tal, é alterada a matriz de rigidez, que representa o modelo, mediante a introdução de um ruído branco em diferentes níveis.

2 IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

Os modos e freqüências de vibração são características dinâmicas de cada estrutura. A obtenção de tais parâmetros é possível por meio da resolução de um problema de autovalores e autovetores. Considerando-se a equação de movimento sem amortecimento e em vibração livre é possível escrever:

$$\mathbf{M}.\ddot{\mathbf{Y}}(t) + \mathbf{K}.\mathbf{Y}(t) = \mathbf{0} \quad (1)$$

onde :

\mathbf{K} matriz de rigidez da estrutura,

\mathbf{M} matriz de massa da estrutura,

\mathbf{Y} matriz contendo em cada linha o histórico de deslocamento em cada nó (coluna), e

$\ddot{\mathbf{Y}}$ segunda derivada temporal de \mathbf{Y} ou aceleração.

Após algumas transformações, esta equação pode ser escrita como:

$$(\mathbf{K} - \Lambda\mathbf{M})\Phi = \mathbf{0} \quad (2)$$

onde :

Φ matriz contendo em cada coluna os modos de vibração da estrutura,

Λ matriz diagonal contendo o quadrado das freqüências correspondentes da estrutura.

A obtenção das características dinâmicas (Λ , Φ) não é difícil, uma vez conhecidas todas as propriedades físicas e geométricas envolvidas nas matrizes de massa (\mathbf{M}) e rigidez (\mathbf{K}).

Porém, na maioria dos casos, esses valores não são conhecidos, mesmo em estruturas intactas. Todos os valores da área, inércia, massa, módulo de elasticidade, etc, envolvidos na identificação, produzem incertezas na obtenção de tais parâmetros. Torna-se necessária a realização de ensaios dinâmicos para a obtenção dos modos e freqüências de vibração.

Para realizar o ensaio experimental, é necessário fornecer uma energia de excitação à estrutura e encontrar a sua resposta. Da análise dos resultados, é possível determinar as características dinâmicas sem conhecer inicialmente os valores de área, inércia, módulo de elasticidade, etc.

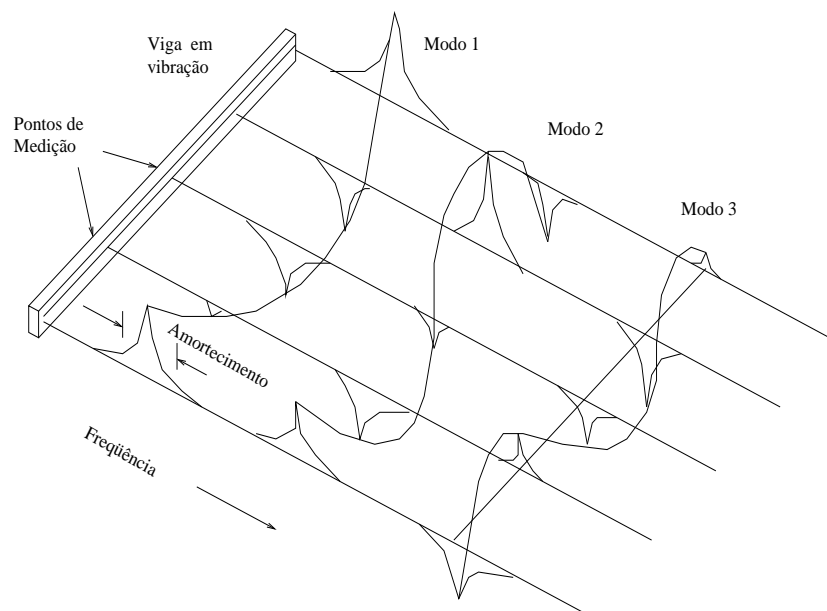


Figura 1: Esquema simplificado do Método da Função de Transferência

O método mais utilizado é o da Função de Transferência. Esse método está baseado em uma técnica de processamento de sinais e na utilização do algoritmo da Transformada Rápida de Fourier (FFT) para medir a função de transferência entre vários pontos de uma estrutura.

Se a estrutura está completamente instrumentada, o que geralmente acontece quando é realizado um ensaio em pontes ou estádios de futebol, calcula-se a transformada rápida de Fourier da resposta em todos os pontos.

Os parâmetros modais são identificados através do ajuste computacional realizado nas curvas obtidas. Na Fig. 1 tem-se um esquema simplificado de como os parâmetros modais podem ser obtidos. As frequências fundamentais correspondem aos picos na parte imaginária da transformada. O pico existe para a mesma frequência em todas as medições, exceto naquela em que o ponto de excitação tem amplitude modal igual a zero.

A largura do pico está relacionada com o amortecimento do modo de vibração. A forma modal, como pode ser observado na Fig. 1, pode ser obtida ligando-se os picos correspondentes a uma mesma frequência. Nota-se que, com o aumento da frequência, a complexidade da forma modal também é incrementada.

Evidentemente, é desejável conhecer as características dinâmicas da estrutura intacta para depois poder comparar essas características com as da estrutura já danificada e, assim, poder localizar o dano.

3 MÉTODO DO ERRO RESIDUAL

A identificação do dano pode ser estudada através de um problema de vibração livre. Se a estrutura não estiver danificada, a equação que governa seu movimento é dada por:

$$\mathbf{K}\Phi - \Lambda\mathbf{M}\Phi = \mathbf{0} \quad (3)$$

onde :

\mathbf{K} matriz de rigidez da estrutura sem dano,

\mathbf{M} matriz de massa da estrutura sem dano,

Φ matriz contendo em cada coluna os modos de vibração da estrutura sem dano e,

Λ matriz diagonal contendo o quadrado das frequências correspondentes da estrutura sem dano.

Uma vez que a estrutura está danificada, a Eq. (3) não é mais válida e transforma-se em:

$$\mathbf{K}'\Phi' - \Lambda'\mathbf{M}'\Phi' = \mathbf{0} \quad (4)$$

onde :

\mathbf{K}' matriz de rigidez da estrutura com dano,

\mathbf{M}' matriz de massa da estrutura com dano,

Φ' matriz contendo em cada coluna os modos de vibração da estrutura com dano e,

Λ' matriz diagonal contendo o quadrado das frequências correspondentes da estrutura com dano.

Geralmente os dados que podem ser conhecidos a partir de um ensaio dinâmico são as frequências e modos de vibração (Φ' , Λ'), e os desconhecidos as matrizes de massa e rigidez da estrutura (\mathbf{K}' , \mathbf{M}'). A ordem da Eq. (4) depende da discretização adotada, ou seja, dos graus de liberdade que a estrutura possui. Sistemas de equações como o da Eq. (4) têm suas ordens iguais aos graus de liberdade da estrutura, que geralmente são centenas, e até milhares, dependendo da estrutura analisada.

O Método do Erro Residual permite localizar o dano por meio do desequilíbrio ou erro causado na equação de movimento da estrutura sem dano, Eq. (3) quando se introduzem os modos e frequências de vibração da estrutura danificada, Φ' e Λ' .

Considere-se inicialmente a Eq. (3) de movimento de uma estrutura em vibração livre que não possui dano, ou seja, que tenha todas as suas propriedades geométricas e físicas bem definidas e suas condições de contorno perfeitamente determinadas.

Quando a estrutura encontra-se danificada, as matrizes de massa e rigidez são alteradas devido ao dano. Como consequência desta alteração a resposta da estrutura também é modificada, ou seja, os modos e frequências de vibração mudam.

A Eq. (3) de equilíbrio altera-se para a Eq. (4). O dano geralmente não afeta a matriz de massa tanto quanto a matriz de rigidez da estrutura, como afirmam os autores Adams et al.¹¹ ou, mais recentemente, Hearn e Testa,¹² ou seja:

$$\mathbf{M}' \approx \mathbf{M} \quad (5)$$

Utilizando a hipótese de que as matrizes de massa permanecem inalteradas, a Eq. (4) toma a forma de:

$$\mathbf{K}'\Phi' - \Lambda'\mathbf{M}\Phi' = \mathbf{0} \quad (6)$$

Observando-se a Eq. (3) e a Eq. (6), pode-se afirmar que ambas possuem características semelhantes. As duas equações podem ser consideradas como operadores \mathbf{K} , \mathbf{M} e \mathbf{K}' , \mathbf{M} nos espaços vetoriais Φ , Λ e Φ' , Λ' respectivamente. A única diferença entre os operadores encontra-se na matriz de rigidez da estrutura.

Sugere-se então aplicar o operador da Eq. (3) aos modos e frequências de vibração da viga com dano. Desta maneira, surge uma nova equação que indica um erro \mathbf{E} ou, fisicamente, um desequilíbrio de forças. Esta nova equação toma a forma de:

$$\mathbf{E} = \mathbf{K}\Phi' - \Lambda'\mathbf{M}\Phi' \quad (7)$$

e permite localizar o dano. Na Eq. (7) \mathbf{E} tem a forma:

$$\mathbf{E} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n\} \quad (8)$$

sendo \mathbf{e}_i o vetor coluna de erro na equação de movimento para o i -ésimo modo de vibração em todos os graus de liberdade da estrutura em estudo. Se na Eq. (7) fossem considerados os modos e frequências de vibração da viga sem dano, o erro seria nulo e a Eq. (7) se tornaria a equação de equilíbrio (3).

A Eq. (7) pode ser escrita em termos de somente um modo de vibração:

$$\mathbf{e}_i = \mathbf{K}\phi_i - \omega_i^2\mathbf{M}\phi_i \quad (9)$$

onde:

ϕ_i forma modal do i -ésimo modo de vibração da estrutura com dano,

ω_i i -ésima frequência natural de vibração da estrutura danificada.

A maior componente em valor absoluto do vetor coluna \mathbf{e}_i correspondente ao maior desequilíbrio de forças fornece o local possível do dano ou ponto onde encontra-se a região danificada.

3.1 Análise da Sensibilidade

A aplicabilidade do método em estudo depende da sensibilidade que este possui na prática. Neste estudo analítico de sensibilidade consideram-se dois tipos básicos de erros introduzidos no sistema.

Um deles é referente à incerteza do modelo. Para expressar o erro do modelo consideram-se as matrizes de rigidez \mathbf{K} e massa \mathbf{M} com um certo desvio $\Delta\mathbf{K}$ e $\Delta\mathbf{M}$ respectivamente.

O outro erro reside na incerteza quanto à identificação experimental dos modos Φ' e freqüências de vibração Λ' . Varios autores^{5,6,12} notaram que as diferenças entre as freqüências de vibração da estrutura intacta e danificada são mínimas. Assim, para facilitar as contas e a compreensão da análise a ser realizada, parte-se do pressuposto de que não há erro considerável na obtenção das freqüências, colocando-se os erros de identificação exclusivamente na obtenção dos modos mediante a alteração representada por $\Delta\Phi'$.

Assim, pode-se reescrever a Eq. (7) de forma a obter um novo erro residual E' do tipo:

$$\mathbf{E}' = (\mathbf{K} + \Delta\mathbf{K})(\Phi' + \Delta\Phi') - \Lambda'((\mathbf{M} + \Delta\mathbf{M})(\Phi' + \Delta\Phi')) \quad (10)$$

Após algumas manipulações e agrupando cada parcela, a Eq. (10) fornece:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}' = & \mathbf{K}\Phi' - \Lambda'(\mathbf{M}\Phi') + \mathbf{K}\Delta\Phi' - \Lambda'(\mathbf{M}\Delta\Phi') + \\ & + \Delta\mathbf{K}\Phi' - \Lambda'(\Delta\mathbf{M}\Phi') + \Delta\mathbf{K}\Delta\Phi' - \Lambda'(\Delta\mathbf{M}\Delta\Phi') \end{aligned} \quad (11)$$

Nota-se claramente quatro parcelas bem definidas. A primeira corresponde ao denominado erro $\mathbf{E} = \mathbf{K}\Phi' - \Lambda'(\mathbf{M}\Phi')$. A segunda parcela corresponde à influência da identificação do sistema na obtenção do erro residual, que será denominada de:

$$\mathbf{N}_{\text{si}} = \mathbf{K}\Delta\Phi' - \Lambda'(\mathbf{M}\Delta\Phi') \quad (12)$$

A terceira parcela corresponde à influência da incerteza do modelo e será representado pela matriz:

$$\mathbf{N}_{\text{dg}} = \Delta\mathbf{K}\Phi' - \Lambda'(\Delta\mathbf{M}\Phi') \quad (13)$$

Já a quarta parcela corresponde à influência conjunta das incertezas do modelo com a da identificação do sistema representado no caso pela parcela:

$$\mathbf{N}_{\text{si,dg}} = \Delta\mathbf{K}\Delta\Phi' - \Lambda'(\Delta\mathbf{M}\Delta\Phi') \quad (14)$$

Claramente essa última parcela possui uma menor influência do que as outras. Isso ocorre porque, se pelo menos um dos itens for pequeno, o produto deste com o outro torna esta parcela pequena.

A Eq. (11) pode ser representada por:

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \mathbf{N}_{\text{si}} + \mathbf{N}_{\text{dg}} + \mathbf{N}_{\text{si,dg}} \quad (15)$$

Ao analisar as matrizes acima, pode-se observar que todos os erros compostos pelas matrizes \mathbf{N} são matrizes cheias, com valores mais ou menos uniformes. Já a matriz \mathbf{E} apresenta zeros na maioria dos seus valores, com exceção dos locais onde se encontra o dano.

Na medida em que os erros de modelagem e de identificação forem pequenos, as matrizes \mathbf{N} terão pouca influência e \mathbf{E} será aproximadamente igual a \mathbf{E}' ou seja, $\mathbf{E}' \approx \mathbf{E}$.

Acontece que não há como garantir com certeza que os erros de identificação e de modelo sejam pequenos. Na prática, como será indicado no exemplo, só é possível obter a matriz \mathbf{E}' , pois não são conhecidos os valores de $\Delta\mathbf{K}$, $\Delta\mathbf{M}$ e $\Delta\Phi'$. Conseqüentemente, os vetores e erros obtidos em cada modo de vibração são os \mathbf{e}'_i .

Como já foi comentado anteriormente, alguns autores afirmam que o dano não altera significativamente a matriz de massa. Assim, é possível atribuir o erro do modelo exclusivamente à matriz de rigidez e considerar $\Delta\mathbf{M} = \mathbf{0}$.

No exemplo a seguir, procura-se simular uma situação real onde o erro do modelo N_{dg} é simulado alterando-se a matriz de rigidez. A referida alteração é realizada mediante uma matriz diagonal que multiplica a matriz de rigidez, formando a nova matriz de rigidez.

4 EXEMPLO NUMÉRICO

4.1 Metodología

Para testar o método apresentado foi utilizado o processo descrito a seguir. Na primeira etapa, modela-se a viga em estudo por meio do Método dos Elementos Finitos. É aplicada uma redução da área transversal de um determinado elemento para simular a presença do dano. Mediante um processo de integração numérica, são obtidos os deslocamentos em cada ponto da estrutura solicitada por um carregamento impulsivo.

A segunda etapa trata da Identificação do Sistema que, na verdade, representa a obtenção dos modos e frequências de vibração a partir dos dados de deslocamentos percebidos anteriormente, como aconteceria em um caso real de ensaio dinâmico.

A terceira etapa consiste no tratamento das características dinâmicas por meio do Método do Erro Residual, de maneira a localizar o dano previamente simulado. A matriz de rigidez utilizada no método é alterada mediante a pre-multiplicação de uma matriz diagonal \mathbf{R} como mostra-se abaixo:

$$\bar{\mathbf{K}} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{K} \quad (16)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} - k \cdot \text{Diag}(\text{rand}) \quad (17)$$

$$(18)$$

onde;

$\bar{\mathbf{K}}$ matriz de rigidez alterada

\mathbf{K} matriz de rigidez inalterada

R matriz de alteração

I matriz de identidade

Diag(*rand*) matriz diagonal cujos elementos são números aleatórios gerados entre 0 e 1.

k escalar que determina a intensidade da alteração da matriz **K**

A intenção final não só é demonstrar que o método permite localizar o dano, mas também investigar qual é o nível de incerteza aceitável no modelo na determinação do dano. A matriz **I** é uma matriz identidade com as mesmas dimensões que a matriz de rigidez **K**.

Como uma forma de medir a alteração na matriz de rigidez provocada pela pre-multiplicação da matriz **R** é proposto um índice, denominado *Índice de Alteração da Rigidez* (IAR) definido a seguir;

$$IAR = \frac{\mathbf{norm}(\bar{\mathbf{K}} - \mathbf{K})}{\mathbf{norm}(\mathbf{K})} \quad (19)$$

onde a norma ($\mathbf{norm}(\mathbf{A})$) de uma matriz qualquer **A** é definida como a raiz quadrada da soma individual do quadrado de todos seus elementos ($A_{(i,j)}$).

4.2 Modelo Numérico

Foram estudadas três viga de concreto armado de 12 m de comprimento de seção retangular, apoiadas nas suas extremidades (Fig. 2. Todas as vigas tem as mesmas características físicas e geométricas. A seção transversal de cada viga é retangular, com uma base de 14 cm e 24 cm de altura.

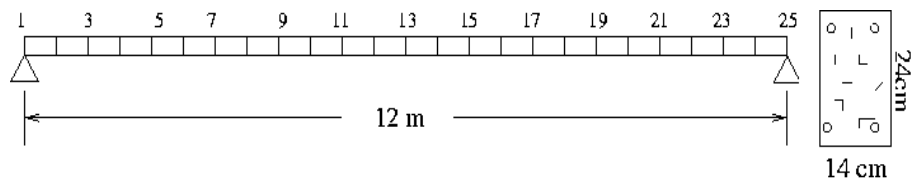


Figura 2: Representação gráfica do modelo da viga intacta e sua seção transversal

As propriedades físicas e geométricas da estrutura intacta encontram-se na tabela 1.

Para a simulação numérica, cada estrutura foi dividida em 24 elementos como mostra a Fig. 2, com um total de 25 nós. Cada nó possui 2 graus de liberdade: um deslocamento vertical e uma rotação.

A matriz de rigidez utilizada leva em conta a deformação por corte, para obter resultados mais próximos dos obtidos em um ensaio laboratorial. Foi utilizada a matriz de massa consistente, devido à necessidade de aplicação da condensação estática. Essa condensação

Tabela 1: Propriedades Físicas e Geométricas da Estrutura Intacta

Inércia	Área	Módulo de Elasticidade	Massa Específica
16128 cm^4	336 cm^2	$3.5E10 \frac{N}{m^2}$	$2500 \frac{kg}{m^3}$

estática eliminou os graus de liberdade de rotação de todos os nós. A intenção de eliminar os graus de liberdade de rotação e somente trabalhar com os de translação provém da dificuldade física de se obter as rotações em um ensaio experimental.

A matriz de amortecimento viscoso é considerada proporcional às matrizes de massa e rigidez. Essa suposição traz algumas conseqüências de importância. Se o dano altera as matrizes de rigidez e massa, a alteração sofrida por essas matrizes afetará também a matriz de amortecimento. Porém, é importante notar que as estruturas civis, em geral, possuem uma taxa de amortecimento baixa, normalmente variando entre 2 e 5 %. Deste modo, a alteração na matriz será pequena e conseqüentemente não afetará significativamente os modos e freqüências de vibração. O amortecimento utilizado no exemplo foi de 5%.

O carregamento utilizado representa uma força de impacto, num ponto específico qualquer. No exemplo, o ponto de aplicação do carregamento foi o nó 12.

4.3 Introdução do Dano

A introdução do dano é feita mediante uma redução da área da seção transversal do elemento 10. Para ilustrar como funciona a simulação do dano por meio das alterações nas propriedades geométricas, considere-se o elemento danificado, como mostra a Fig. 3.

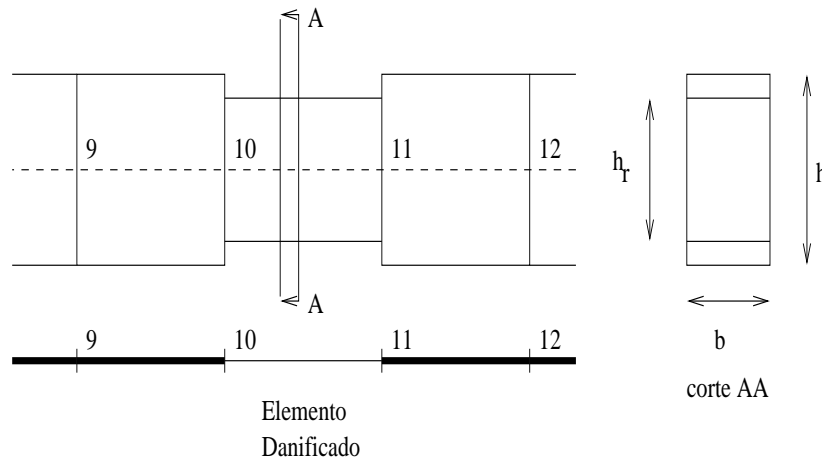


Figura 3: Introdução do dano no décimo elemento

O dano afeta todo o comprimento do elemento, reduzindo a área e, conseqüentemente, a inércia da seção transversal. Se I_d for a inércia do elemento danificado e I a inércia

de um elemento sem dano, é possível estabelecer a relação $I_d = r.I$. Se r for igual a 1, o elemento não possui dano e se r for igual a 0, há uma perda total do elemento. Uma relação semelhante pode ser obtida entre as áreas do elemento danificado A_d e intacto A .

Três valores de alteração de inércia foram estabelecidos para o elemento 10, que provocaram reduções de inércia e área, como indica a Tabela 2

Tabela 2: Características das vigas analisadas

	Viga 1	Viga 2	Viga 3
Redução Inércia %	30	20	10
I_d %	70	80	90
A_d %	88.79	92.83	96.55

4.4 Identificação do Sistema

Utilizando o Método dos Elementos Finitos foram obtidos históricos de deslocamentos, $\mathbf{Y}(t)$, em todos os nós das estruturas, em intervalos de 0.0002 s, num total de 5 s. de registro. A estes dados foi aplicado o método da função de transferência de maneira a obter as características dinâmicas das vigas.

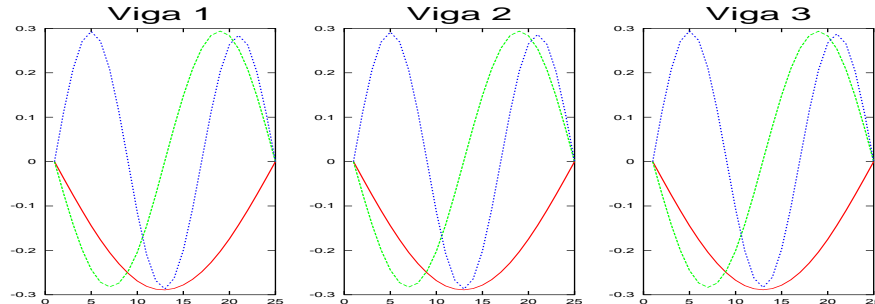


Figura 4: Obtenção dos 3 primeiros modos de vibração

A Fig. 4 representa os modos de vibração obtidos em todos os casos. As curvas em vermelho, verde e azul representam o primeiro, segundo e terceiro modos de vibração respectivamente. As frequências de cada caso são muito próximas e não serão apresentadas.

4.5 Detecção de Danos

O Método do Erro Residual foi aplicado a todas as vigas cujos modos e frequências naturais de vibração foram obtidos mediante o procedimento descrito acima, enquanto

as matrizes de massa e rigidez foram obtidas numericamente a partir das propriedades físicas e geométricas da viga intacta.

A localização do dano para o caso da viga menos danificada (Viga 3) pode ser verificada na Fig 5. Nesta figura está representado o resultado da aplicação do Método do Erro a cada modo de vibração. Notam-se claramente os picos (nós 10 e 11) nas curvas no elemento 10 danificado em cada modo. Inicialmente, essa localização foi realizada sem considerar a alteração no modelo, ou seja, utilizou-se a matriz de rigidez inalterada \mathbf{K} . É possível observar também que existe um espalhamento dos picos nos nós 9 e 12. Isto ocorre devido a condensação estática aplicada.

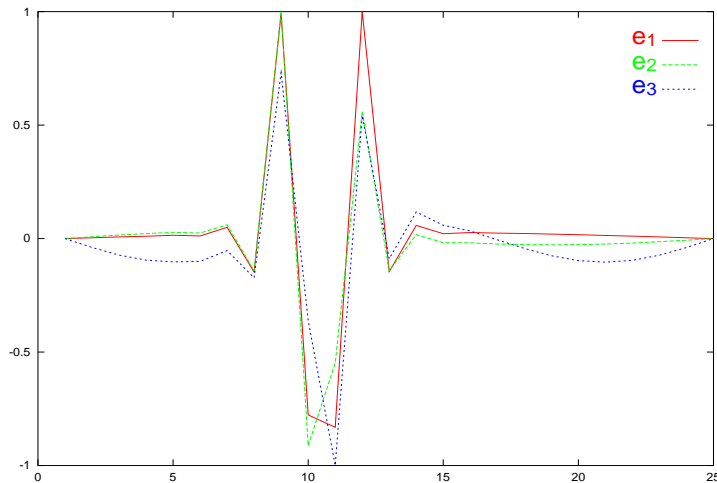


Figura 5: Localização do dano utilizando o Método do Erro para os 3 primeiros modos de vibração da Viga 3, sem alteração da matriz de rigidez

A matriz de rigidez foi alterada de acordo com Eq. (17). Três níveis de alterações $k_1 = 0.01$, $k_2 = 0.1$ e $k_3 = 1$ foram considerados. A intensidade do erro no modelo está consequentemente relacionada com o valor de k . Assim, aplicando o índice de alteração da rigidez é possível calcular a tabela 3.

Tabela 3: Valores do IAR para todos os casos em %

k	Viga 1	Viga 2	Viga 3
k_1	5.35	6.38	6.12
k_2	29.60	32.33	25.96
k_3	52.46	51.80	66.18

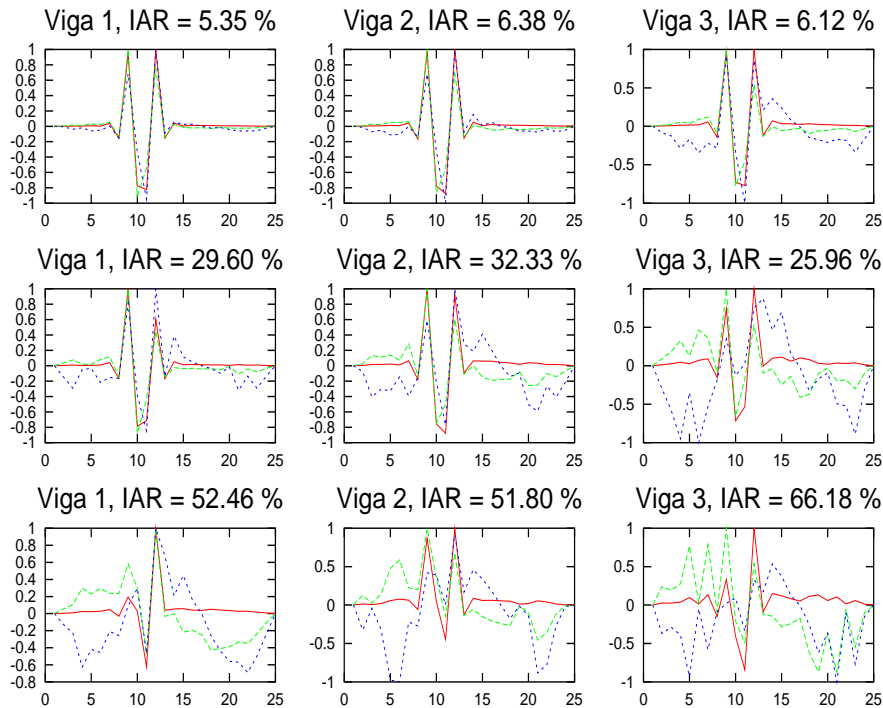


Figura 6: Localização do dano no elemento 10 utilizando a matriz de rigidez alterada (vermelho e_1 , verde e_2 e azul e_3).

Posteriormente, foi realizada a localização considerando as alterações no modelo (k_1 , k_2 e k_3), que podem ser observados na Fig. 6. Observa-se nessa figura que a localização do dano considerando um erro do modelo de intensidade $IAR \approx 6\%$ é viável, independente do nível de dano. Evidentemente, isso ocorre pois a alteração no modelo é pequena.

A localização do dano diante de um erro no modelo de $IAR \approx 32\%$ também é possível, mas depende do valor do dano. Quanto maior for esse valor, maior é a possibilidade da correta determinação. Neste caso, observa-se que para a Viga 3 não foi possível a localização utilizando o segundo e terceiro modo, embora o primeiro localize corretamente o dano mediante o método do erro. Para a Viga 2, a utilização do primeiro e segundo modos de vibração no método em estudo permite localizar o dano corretamente, como pode ser observado na figura 6. No entanto, para essa viga o terceiro modo mostrou-se afetado pelo erro no modelo. Já na Viga 1, mesmo com um erro de modelo de intensidade $IAR = 25.96\%$ a localização em todos com todos os modos foi possível mediante a metodologia apresentada.

Finalmente, para uma alteração no modelo de $IAR \approx 55\%$ pode-se observar que, independentemente dos valores de danos, este não foi localizado corretamente. Evidentemente, um erro no modelo de aproximadamente 55% representa uma falha grave do modelo numérico com a realidade. Embora um erro deste valor (mais da metade) na mo-

delagem pareça inicialmente exagerado, isso não é incomún na prática. Este erros podem ocorrer devido a fatores já mencionados, como por exemplo; considerar que um apoio é engastado quando na verdade este permite uma certa rotação, considerar o material isotrópico no caso de concreto armado ou simplesmente linear elástico, etc.

5 CONCLUSÃO

Da Fig. 6 pode-se observar que a medida em que o dano aumenta, a localização do dano torna-se mais eficiente. Já quando o erro do modelo cresce, o método começa a ter dificuldade de localizar o dano de uma maneira gradativa.

Naturalmente, a grande maioria dos métodos de localização de danos possui esse mesmo problema, evidenciando que quanto mais precisos forem os dados e conhecimento do comportamento da estrutura, maior a possibilidade de se detectar o dano com eficiência.

Nota-se que não é possível localizar o dano com um erro do modelo acentuado. Fica em aberto como reduzir este erro. De fato, pode-se afirmar que modelos mais adequados ou ensaios prévios a danificação podem ajudar a reduzir o erro cometido pela modelagem numérica.

Do mencionado anteriormente, fica clara a importância da realização de ensaios antes da estrutura entrar em operação para aferir as propriedades do sistema. A intenção no entanto deste trabalho é simplesmente mostrar que o método consegue localizar o dano, mesmo com um erro de modelo de aproximadamente 30 %.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES e CNPq pelo suporte financeiro.

REFERÊNCIAS

- [1] Y. Zou, L. Tong, and G. P. Steven. Vibration-based model-dependent damage (delamination) identification and health monitoring for composite structures - a review. *Journal of Sound and Vibration*, **230**(2), 357–378 (2000).
- [2] A. K. Pandey, M. Biswas, and M. M Samman. Damage detection from changes in curvature mode shapes. *Journal of Sound and Vibration*, **145**(2), 321–332 (1991).
- [3] R. J. Allemang and D. L. Brown. A correlation coefficient for modal vector analysis. In *Proc. 1st. Int. Modal Analysis Conference. Soc. for Experimental Mech.*, pages 110–116, (1983).
- [4] N. A. J. Lieven and D. J. Ewins. Correlation of mode shapes, the coordinate modal assurance criterion (comac). In *Proc, 6th. Int. Modal Analysis Conference, Soc. for Experimental Mech.*, pages 690–695, (1988).
- [5] M. Genovese. Localização e quantificação de danos em estruturas por meio da suas características dinâmicas. Master's thesis, PECC, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, (2000).

- [6] A. Brasiliano. Caracterização de danos em estruturas aperticadas. Master's thesis, MSc. Diss., PECC, Universidade de Brasília, (2001).
- [7] Wei-Xin Ren and Guido De Roeck. Structural damage identification using modal data: simulation verification. *Journal of Structural Engineering*, **128**(1), 87–95 (2002).
- [8] O. S. Salawu. Detection of structural damage through changes in frequency: a review. *Journal of Structural Engineering*, **19**(9), 718–723 (1997).
- [9] H. T. Banks, D. J. Inman, D. J. Leo, and J. Wang. An experimentally validated damage detection theory in smart structures. *Journal of Sound and Vibration*, **195**(5), 859–880 (1996).
- [10] P. Cawley. The impedance method of non-destructive inspection. *Journal of NDT International*, **17**(2), 59–65 (1984).
- [11] R.D. Adams, P. Cawley, C. J. Pye, and B.J. Stone. A vibration technique for non-destructively assessing the integrity of structure. *Journal Mechanical Engineering Science*, **20**(2), 93–100 (1978).
- [12] G. Hearn and R. B. Testa. Modal analysis for damage detection in structure. *Journal of Structural Engineering*, **117**(10), 3042–3063 (1991).