Mecánica Computacional Vol. XXII M. B. Rosales, V. H. Cortínez y D. V. Bambill (Editores) Bahía Blanca, Argentina, Noviembre 2003.

# TÉCNICAS ANALÍTICA Y EXPERIMENTAL PARA LA DETECCIÓN Y LOCALIZACIÓN DEL DAÑO EN ESTRUCTURAS

## Mario J. Maurizi<sup>\*</sup> y Héctor D. Martín<sup>#</sup>

\*Instituto de Mecánica Aplicada, Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur Avda. Alem 1253, B8000CPB Bahía Blanca, Argentina. TE: 54-(0291)-4595156- Interno 3200. E-mail: <u>dtoinge@criba.edu.ar</u>, web page: <u>http://www.uns.edu.ar</u>

> <sup>#</sup> Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Venado Tuerto. Castelli y Alvear, 2600 – Venado Tuerto, Santa Fe, Argentina. E-mail: hdm@topmail.com.ar.

Palabras clave: daño, detección, localización, frecuencia, flexibilidad.

**Resumen.** Las máquinas y los componentes estructurales requieren un monitoreo o revisión contínua con el fin de detectar fallas, grietas o hendeduras (también llamadas fisuras, cuarteos o "cracks"), así como el desarrollo o crecimiento de las mismas. Todo ésto con el fin de evitar la interrupción del servicio para el cual han sido diseñadas y construidas. Un deterioro en las mismas altera sus características dinámicas y ha sido demostrado que tiene el efecto equivalente de "ablandar" la estructura, por cambios en parámetros tales como: frecuencias, amortiguamiento modal y formas modales asociadas. A éstos se suman los que se producen en algunos parámetros estructurales, es especial, las matrices de masa, amortiguamiento, rigidez y de flexibilidad. En el presente trabajo, mediante el empleo de modelos de elementos finitos para el caso de estructuras simples, como es el que corresponde a vigas, se comprueba la eficacia de utilizar cambios en la matriz flexibilidad para la determinación y localización del daño en los sistemas mencionados. Finalmente, se confronta la metodología citada con los valores experimentales obtenidos sobre vigas metálicas de sección normalizada.

## 1 INTRODUCCIÓN

En ingeniería, se sobreentiende intuitivamente al daño como una imperfección o deterioro de la función y condición de trabajo de una estructura o máquina. Por lo tanto, entendemos por detección de daño a un proceso de localización de averías que describe la presencia del mismo.

La detección del daño constituye el objetivo primario en un problema más general que significa lograr su identificación. Un análisis posterior y niveles superiores de esa identificación incluyen: severidad y clasificación del daño, localización del daño, y finalmente, predicción de vida remanente en servicio de la estructura y su posible interrupción.

Los primeros cuatro niveles están en su mayor parte relacionados con el análisis, identificación, secuencias de modelado de los sistemas ingenieriles y procesamiento de señales.

El nivel de predicción tiene que ver con el análisis de fatiga, la mecánica de fractura, la evaluación de diseño, la confiabilidad y el posterior análisis estadístico.

Una ingente cantidad de investigaciones hechas sobre el tema que nos ocupa dan como resultado diferentes técnicas experimentales, aprovechamientos, metodologías y métodos de procesamiento, muchos de ellos clasificados por Cempel<sup>1</sup> o citados en excelentes recensiones bibliográficas como las de Mottershead y Friswell<sup>2</sup>, Collacot<sup>3</sup>, y otros muchos autores.

En 1987-88 se propusieron métodos para la detección de daños en estructuras off-shore basados en análisis de sensibilidad. Los mismos requieren conocer un modelo analítico de la estructura que está siendo investigada, y obtenerlo con exactitud, es en sí mismo, tarea dificultosa. Concretado éste, la tarea de predecir y localizar el daño requiere, después de la recolección de datos, un excesivo procesamiento posterior. Poco tiempo después, en la Octava Conferencia Internacional de Análisis Modal, Mannan y Richardson<sup>4</sup> describieron la utilización de la diferencia existente entre las matrices rigidez de estructuras, intactas y dañadas. Para una buena estimación de las mismas, es necesario medir todos los modos de la estructura, especialmente los de frecuencia superior. Sin embargo, debido a las limitaciones obvias de la instrumentación experimental, es mucho más dificultoso medir la respuesta de las frecuencias superiores, y ésto representa una severa restricción sobre la exactitud de la técnica apuntada.

El objetivo de la presente investigación es desarrollar una metodología, para la detección y localización del daño en estructuras, específicamente, sin requerir el desarrollo de un modelo analítico de las mismas. Además, todas la predicciones sobre el estado de deterioro deberán ser hechas sobre mediciones concretadas experimentalmente sobre ellas.

Para lograrlo, basaremos el aprovechamiento en la computación de cambios de la matriz flexibilidad, y será demostrado que, a diferencia de la rigidez, la flexibilidad de una estructura converge rápidamente con el aumento de la frecuencia. En consecuencia, una buena estimación de la matriz mencionada podrá ser obtenida a partir de unos pocos de los modos inferiores de frecuencia.

### 2 MÉTODO DE DETECCIÓN

Es bien sabido que la presencia de un daño localizado en una estructura reduce la rigidez de la misma<sup>5</sup>. Como la flexibilidad es la inversa de la rigidez, la reducción de esta última debería incrementar la flexibilidad de la estructura.

Mostraremos en este estudio que los cambios en la matriz flexibilidad permiten no solamente detectar la presencia del daño, sino también, ubicarlo en una estructura.

Habiendo normalizado a la unidad las formas modales ( $\Phi^T M \Phi = I$ ), las matrices de rigidez y de flexibilidad están relacionadas como sigue<sup>6</sup>:

$$\mathbf{K} = \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \mathbf{M} = \mathbf{M} \left( \sum_{i=1}^{n} \omega_{i}^{2} \boldsymbol{\Phi}_{i} \boldsymbol{\Phi}_{i}^{\mathrm{T}} \right) \mathbf{M}$$
(1)

$$\mathbf{F} = \mathbf{\Phi} \mathbf{\Omega}^{-1} \mathbf{\Phi}^{\mathrm{T}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\omega_{i}^{2}} \mathbf{\Phi}_{i} \mathbf{\Phi}_{i}^{\mathrm{T}}$$
(2)

siendo **K** la matriz rigidez, **M** la matriz de masa,  $\mathbf{\Phi} = [\mathbf{\Phi}_1, \mathbf{\Phi}_2, ..., \mathbf{\Phi}_n]$  la matriz de forma modal,  $\mathbf{\Phi}_i$  es la iésima forma modal,  $\mathbf{\Omega} = \text{diag}(\omega_i^2)$  es la matriz rigidez modal,  $\omega_i$  es la iésima frecuencia modal, n es el número de grados de libertad y **F** es la matriz flexibilidad. Tanto las formas modales como las frecuencias naturales pueden ser obtenidas siguiendo las formulaciones, analítica o experimental.

Utilizando la ecuación (2) se puede obtener la matriz flexibilidad a partir de dos conjuntos de mediciones: uno para la estructura intacta y otro para la estructura dañada, y estimando luego los parámetros modales con dichas mediciones.

Cada columna de la matriz  $\mathbf{F}$  indica un conjunto de desplazamientos nodales debido a una fuerza unitaria en uno de los grados de libertad. Luego, el cambio en la matriz flexibilidad lo obtenemos como:

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}_{i} - \mathbf{F}_{d} \tag{3}$$

donde  $\mathbf{F}_i$  y  $\mathbf{F}_d$  son las matrices flexibilidad para la estructura intacta y la estructura dañada, respectivamente. Llamamos  $\overline{\delta}_j$  al máximo valor absoluto de los elementos de cada columna de **C**, correspondiente a cada grado de libertad j, ésto es:

$$\overline{\delta_{j}} = \max_{i} \left| \delta_{ij} \right| \tag{4}$$

donde  $\delta_{ij}$  son los elementos de **C**. Para detectar y localizar el daño en una estructura o elemento de máquina usamos la magnitud  $\overline{\delta_j}$ , como la medida del cambio de flexibilidad en cada ubicación que es objeto de medición.

## **3 FORMULACIÓN ANALÍTICA**

#### **3.1 Modelos**

Una viga simplemente apoyada y una viga en voladizo fueron elegidas como ejemplos, con el fin de demostrar que el cambio en la matriz flexibilidad puede ser utilizado para identificar y localizar el daño en una estructura. Además, los ejemplos son tales que también pueda ser estudiado el efecto de distintas condiciones de borde sobre la matriz mencionada. La viga simplemente apoyada con sus dimensiones se muestra en la Figura 1 y la viga cantilever, salvo las condiciones de borde, es totalmente coincidente.



Figura 1: Modelo de elemento finito y dimensiones de la viga simplemente apoyada: (a) modelo; (b) sección transversal; (E = 200 GPa, v = 0.3,  $\rho = 7.837$  g/cm<sup>3</sup>).

El modelo de elemento finito para las dos vigas consiste en treinta (30) elementos-viga bidimensionales de igual longitud. En cada nodo, los tres grados de libertad utilizados son: la traslación a lo largo de los ejes <u>x</u> e <u>y</u> y la rotación en la dirección del eje <u>z</u>.

El cambio en la rigidez debido al daño fue modelado mediante una reducción en el módulo de elasticidad de la sección. El grado del daño es relacionado a posteriori con la magnitud de la reducción del módulo E.

La investigación se concretó reduciendo el módulo a la mitad e impuesto a su turno sobre todos los treinta elementos de las dos vigas. Esto permitió simular casos de daño localizados en cada sección de las dos vigas. Para cada ubicación se obtuvieron los valores de las primeras seis frecuencias naturales, así como las correspondientes formas modales.

Más adelante fue llevado a cabo un estudio, para el cual, identificamos al daño en el elemento 16 de las dos vigas. La intensidad del daño se varió cambiando el módulo E, con saltos incrementales de 0.2 de su valor total. Esto significó, en una ubicación particular, analizar el caso de una variación del grado de daño.

#### 3.2 Resultados analíticos

#### 3.2.1 Viga simplemente apoyada

Una comparación de las primeras seis (6) frecuencias naturales para el caso de estructura intacta y para dos (2) casos típicos de estructura dañada (reducción del E a la mitad en los elementos 4 y 15, respectivamente) aparece mostrada en la Tabla 1. Por otra parte, de las variaciones en las frecuencias naturales resulta claro que la viga está dañada.

	Frecuencias Naturales			Pérdida porcentual	
Modo	(Hz)			de la frecuencia	
N°	Intacta	Daño en el	Daño en el	Daño en el	Daño en el
		elem. 4	elem. 5	elem. 4	elem. 5
1	85.1114	84.8476	82.5495	0.31	3.01
2	340.4552	336.0974	340.2850	1.28	0.05
3	536.0740	523.6907	521.5464	2.31	2.71
4	803.9294	781.8213	802.4823	2.75	0.18
5	1135.0609	1106.5709	1107.7979	2.51	2.49
6	1634.4017	1603.3481	1692.0082	1.90	0.33

Tabla 1: Frecuencias naturales para la viga simplemente apoyada (con E reducido a la mitad): intacta y en dos casos seleccionados de daño.

A su vez, la Figura 2 nos permite visualizar los cambios en la flexibilidad para cuatro (4) localizaciones típicas del daño. El cambio es nulo en los apoyos y se incrementa linealmente como nos movemos hacia el centro de la pieza. También, en cada ubicación elegida, alcanza un máximo en el elemento dañado. En consecuencia, para la viga así vinculada, la región para la cual el cambio en la matriz flexibilidad alcanza un máximo, es precisamente en la región dañada.

Además, dicho cambio es mayor para el daño localizado cerca de la sección central de la viga que cuando lo identificamos cerca de los apoyos.

En el caso que consideremos como dañado al elemento 16 (con reducción de E a la mitad), la Figura 3 muestra la variación de la convergencia del cambio de flexibilidad con el número de modos utilizados. Es clarísimo que el cambio converge rápidamente y puede ser estimado utilizando solamente los primeros modos.



Figura 2: Cambio de flexibilidad para cuatro ubicaciones de daño (con reducciíon de E a la mitad) enla viga simplemente apoyada.



Figura 3: Cambio de flexibilidad para la viga simplemente apoyada en función del número de modos utilizados (con reducción de E a la mitad en el elemento 16).

#### 3.2.2 Viga en voladizo

Las frecuencias naturales para el caso de estructura intacta y para dos casos típicos de estructura dañada (reducción del E a la mitad para los elementos 4 y 26, respectivamente), aparecen listadas en la Tabla 2. Aún cuando los porcentajes de cambios en las frecuencias son diferentes para los distintos modos y también para ubicaciones de daños diferentes, no es evidente la localización del daño sin realizar un análisis más amplio.

Modo N°	Frecuencias Naturales (Hz)			Pérdida porcentual de la frecuencia	
	Intacta	Daño en el	Daño en el	Daño en el	Daño en el
		elem. 4	elem. 26	elem. 4	elem. 26
1	30.3071	29.0463	30.3010	4.16	0.02
2	189.7215	187.2172	189.3821	1.32	0.18
3	371.3967	370.8025	367.8313	0.16	0.96
4	613.3120	612.3921	599.2058	0.15	2.30
5	915.2241	907.9938	887.3098	0.79	3.05
6	1365.7573	1341.4468	1326.6966	1.78	2.86

Tabla 2: Frecuencias naturales para la viga en voladizo (con E reducido a la mitad): intacta y en dos casos seleccionados de daño.

Para algunas ubicaciones del daño (con reducción del E a la mitad), el cambio en la flexibilidad en cada nodo aparece graficado en la Figura 4. Para cada localización, el cambio es casi nulo entre el empotramiento y el elemento dañado. Como nos movemos desde la localización del daño hasta el extremo libre, el cambio en la flexibilidad se incrementa linealmente.

La pendiente de estas variaciones lineales resulta cada vez mayor a medida que desplazamos la localización del daño hacia el extremo fijo. Para cada localización, el máximo cambio en la flexibilidad se produce en el extremo libre.

De la misma Figura, citada anteriormente, puede deducirse que la matriz flexibilidad resulta más afectada por el daño localizado en cercanías del empotramiento. Por lo tanto, será mucho más fácil detectar aquellos que están ubicados cerca del extremo fijo que aquellos ubicados en las vecindades del extremo libre. Esto pone de relieve que el daño es mucho más probable que se desarrolle cerca del empotramiento, donde se genera el máximo momento flector.

De la Figura 5, para el caso donde el daño está localizado en el elemento 16 (también con el E reducido a la mitad), resulta claro que una buena estimación del cambio en la flexibilidad la podemos obtener usando solamente los primeros dos modos. En algunos casos, donde el daño fue localizado cerca del empotramiento, fue suficiente con utilizar el primer modo.

En el caso de incrementar el daño, siempre en el elemento 16, el cambio en la flexibilidad aparece esquematizado en la Figura 6. De ésta deducimos que el cambio en la flexibilidad se incrementa con una variación positiva en el aumento del daño.

Por lo tanto, y para una viga en voladizo, si conocemos el cambio de flexibilidad podemos identificar la localización del daño como el punto a partir del cual el cambio en la flexibilidad





Figura 4: Cambio de flexibilidad para la viga en voladizo en función de distintas ubicaciones del daño (con reducción de E a la mitad).



Figura 5: Cambio de flexibilidad para la viga en voladizo en función del número de modos utilizados (con reducción de E a la mitad en el elemento 16).



Figura 6: Cambio de flexibilidad en función del incremento en el daño, para el elemento 16 de la viga en voladizo.

## **4 ANÁLISIS EXPERIMENTAL**

#### 4.1 Montaje y acopio de datos

Con el propósito de verificación se utilizó como viga un PNI N<sup>0</sup> 18, es decir, la misma pieza de material y dimensiones que la empleada en los modelos analíticos. Para simular el daño, la viga tenía un empalme en su sección central. Los agujeros de remache de las placas del mismo permitían lograrlo.

En nuestro estudio consideramos dos casos: (a) supresión de la placa de empalme en el ala inferior; (b) retiro de tres (3) filas de remaches en la placa de empalme del alma. El primer caso simula un crack a través de todo el ancho del ala, mientras el segundo permite imaginar un crack adicional que se propaga hasta la mitad de la altura del alma.

El montaje del instrumental para la obtención de datos aparece diagramado en la Figura 7. Treinta y un puntos de medición fueron marcados sobre la parte superior de la viga, poseyendo las mismas coordenadas que los utilizados en los modelos analíticos. Utilizando un software de análisis modal, las curvas medidas de respuesta de frecuencias fueron ajustadas, con el fin de estimar los parámetros modales.

Con este método fueron obtenidos dichos parámetros, tanto para la viga intacta como para los dos casos de daño analizados. En estos dos últimos, y con esos datos, se pudo calcular el cambio en la flexibilidad en cada punto de medición  $\overline{\delta_i}$ .



Figura 7: Montaje del instrumental para la obtención de datos.

#### 4.2 Resultados

Las frecuencias naturales correspondientes a los cuatro primeros modos identificados, tanto para la viga intacta como para los dos casos de daño analizados aparecen listadas en la Tabla 3.

Modo N°	Frecuencias Naturales (Hz)			Pérdida porcentual de la frecuencia	
	Intacta	Caso (a)	Caso (b)	Caso (a)	Caso (b)
1	160.50	140.00	86.50	12.80	46.07
2	390.00	385.00	374.50	0.82	3.98
3	475.00	470.50	468.00	0.94	1.46
4	610.00	608.00	564.00	0.19	7.55

Tabla 3: Frecuencias naturales obtenidas experimentalmente viga intacta y dañada [casos (a) y (b)].



Figura 8: Cambio de flexibilidad para los dos casos de daño alcanzado en la viga experimental.

De los cambios en las mismas podemos evaluar claramente el estado del daño en los dos ejemplos. Por otra parte, los cambios en las frecuencias naturales no proveen indicación alguna acerca de la localización del daño.

En la Figura 8 aparecen graficados los cambios en la flexibilidad para los dos estados de daño asumidos.

La viga ensayada fue soportada por apoyos materializados con elastómero conocido, que si bien no restringen totalmente el desplazamiento vertical de los mismos, la estructura se comporta aproximadamente como libre-libre. De allí que los cambios en la flexibilidad son similares que para la viga así vinculada. Además, comparando el cambio en la flexibilidad en dicha Figura con el cambio en la flexibilidad en la viga libre-libre, el daño se puede localizar en la región central, específicamente en el punto 15. Resulta claro también que el aumento del daño para el caso (b) es mucho mayor que para el caso (a). En consecuencia, monitoreando el incremento en el cambio de flexibilidad, podemos detectar el desarrollo de un crack o daño en una estructura.

A pesar que la misma Figura 8 muestra que el cambio en la flexibilidad es muy pequeño, encontramos que la flexibilidad en la localización del daño (punto 15) se incrementa para el caso (a) y sufre un incremento adicional para el caso (b). De donde, el cambio en la flexibilidad es bastante sensitivo al aumento del daño.

#### **5 CONCLUSIONES**

De los casos estudiados, en forma analítica y experimental, el cambio en la matriz flexibilidad parece ser exitoso en cuanto a la posibilidad de identificar y localizar el daño. El suceso de la metodología, que está basada en antecedentes experimentales, demuestra su aplicabilidad sobre la vida real de las estructuras.

La investigación ha mostrado también que el cambio en la flexibilidad resulta afectado por las diferentes condiciones de borde. A partir del conocimiento de estas muestras de los cambios de flexibilidad y del tipo de estructura analizada, podemos determinar rápidamente la localización del daño en la configuración física de la misma.

Con la técnica propuesta se procede mejor cuando el daño está localizado en una sección donde se genera el mayor momento flector, la cual pasa a ser la probable ubicación de ocurrencia de un daño tal.

Cuando se lo compara con el método del cambio en la rigidez<sup>4</sup>, el cual requiere calcular la inversa de la matriz no cuadrada de forma modal, al cambio en la flexibilidad lo podemos estimar fácilmente y con exactitud mediante simples multiplicaciones matriciales. A diferencia de la rigidez, para la cual es dificultoso proceder con exactitud si no se concreta la medición de los modos de alta frecuencia de la estructura, la matriz flexibilidad converge rápidamente a medida que incrementamos la frecuencia, y en consecuencia, se la puede calcular con precisión a partir de los modos más bajos.

En contraste con otros métodos propuestos<sup>7</sup>, el estudio que nos ocupa no requiere concretar un modelo analítico de la estructura que está siendo analizada.

Si bien, para el caso de grandes estructuras, la propuesta necesita de tiempo y un completo análisis modal, para salvar esta dificultad utilizamos los cambios en las frecuencias naturales conjuntamente con los cambios en la flexibilidad. Una vez que la presencia del daño ha sido establecida con los primeros, los segundos pueden ser usados para localizarlo.

Como la metodología está apoyada solamente en el dominio de frecuencias, no pueden manipularse señales transitorias o no estacionarias. Esta limitación conduce al estudio e investigaciones, por parte de los autores, relacionadas con el desarrollo de una nueva técnica de análisis de frecuencias unidas a la variable tiempo, de la cual la transformada wavelet (por onditas) es una familia<sup>8</sup>, que suministra información en los dominios tiempo y frecuencia.

#### **6 REFERENCIAS**

- C. Cempel, "Vibroacoustical Diagnostics of Machinery: An Outline", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2(2), 135-151 (1988).
- [2] J. E. Mottershead and M. I. Friswell, "Model Updating in Structural Dynamics: A Survey", *Journal of Sound and Vibration*, **167**(2), 347-375 (1993).
- [3] R. A. Collacolt, *Mechanical Fault Diagnosis and Condition Monitoring*, Chapman and Hall, London (1977).
- [4] M. A. Mannan and M. H. Richardson, "Detection and location of structural cracks using FRF measurements", *Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference* 1, 652-657 (1990).
- [5] T. K. O'Brien, "Stiffness change as a non-destructive damage measurement", *Mechanics* of *Non-Destructive Testing*, 101-121, New York: Plenum Press (1980).
- [6] A. Berman and W. G. Flannely, "Theory of incomplete models of dynamic structures", *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal* 9, 1481-1487 (1971).
- [7] Y. Narkis, "Identification of crack location in vibrating simply supported beams", *Journal* of Sound and Vibration 172(4), 549-558 (1994).
- [8] W. J. Staszewski, "Structural and Mechanical Damage Detection Using Wavelets", *The Shock and Vibration Digest* **30**(6), 457-472 (1998).