

OPTIMIZACIÓN DE LOS SUBLIMADORES DE AZUFRE USADOS EN LA INDUSTRIA FLORICULTORA MEDIANTE SIMULACIÓN NUMÉRICA

José I. Huertas* y Fabrizio Moreno†

* Departamento de Ingeniería Mecánica, Tecnológico de Monterrey. Campus Toluca.
Eduardo Monroy Cárdenas No 2000 Toluca, México 51110.
e-mail: jhuertas@itesm.mx, web page: <http://www.tol.itesm.mx>

† Grupo de Investigación en Conversión de Energía
Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de los Andes.
Carrera 1ª N° 18A 10 Bogota, Colombia.
e-mail: fab-more@uniandes.edu.co, web page: <http://www.uniandes.edu.co>

Palabras clave: Sublimación, Evaporación, CFD, Múltiples especies, Análisis multifísico.

Resumen. *Los sublimadores de azufre son utilizados en la industria floricultora colombiana como un método de control del Oidio, el cual es considerado una de las plagas más fuertes que atacan los cultivos de rosas bajo invernadero. Estudios previos han encontrado que la eficiencia térmica de los sublimadores es menor al 0.1% y que el uso de estos representa más del 50% de la energía eléctrica consumida. Estudios analíticos, experimentales y numéricos se llevaron a cabo para determinar las condiciones de operación y la geometría del evaporador que maximizan la eficiencia térmica de los sublimadores. Inicialmente, se recurrió a las ecuaciones que modelan en forma simplificada los fenómenos de transferencia de calor. Se encontró que estos modelos predicen que la eficiencia es máxima para una temperatura cercana a la de ebullición y que esta es independiente de la geometría. Sin embargo esta última conclusión difiere de los resultados experimentales. Por lo tanto, se hizo necesario simular el proceso de evaporación numéricamente para contar con un modelo más completo que tenga en cuenta los procesos de transferencia de masa y calor de sistemas multi-fase y multi-especies y la geometría del evaporador. El software de simulación utilizado es ANSYS/FLOTTRAN CFD. Se encontró que la geometría óptima corresponde a aquella tipo jarrón, donde la pared del evaporador forma un ángulo de $\sim 85^\circ$ con la horizontal y posee una relación entre el área de exposición y área de evaporación igual a 0.49.*

1 INTRODUCCIÓN

Las flores colombianas son conocidas en el mercado mundial por su alta calidad y belleza. Esta condición le permite a la industria floricultora ocupar el primer lugar como generadora de divisas dentro de las exportaciones no tradicionales colombianas. Se destaca la rosa como el principal producto dentro de la variada gama de flores¹. Sin embargo, los esfuerzos requeridos para satisfacer el mercado son grandes y los cultivadores de rosas se tienen que enfrentar diariamente a las enfermedades que atacan los cultivos bajo invernadero.

Dentro de estas enfermedades, el Oidio se considera como una de las más fuertes. La alternativa de control más común es el uso de polvos de azufre que se esparcen uniformemente sobre el cultivo utilizando para esto un sublimador de azufre (nombre comercial). Este dispositivo es un recipiente dentro del cual se vaporiza el azufre sólido mediante la adición de calor proveniente de una resistencia eléctrica. Posteriormente el azufre es transferido a la atmósfera donde las corrientes convectivas generadas dentro del invernadero lo arrastran y depositan uniformemente sobre las flores formando una película protectora². La figura 1 ilustra la estructura de un sublimador cilíndrico.

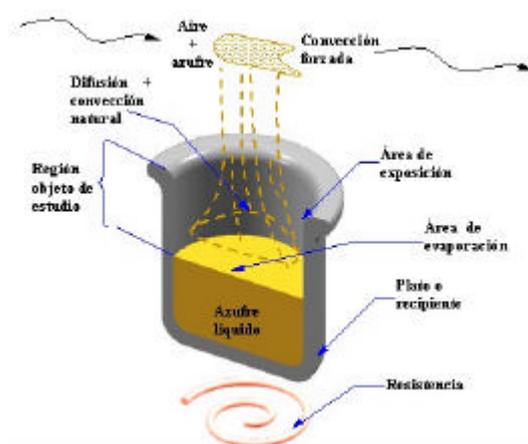


Figura 1: Estructura de un sublimador de azufre típico.

Investigaciones previas determinaron que un cultivo típico utiliza del orden de ~200 sublimadores por hectárea, lo cual corresponde a un consumo eléctrico de ~8KW/hectárea y más del 50% de la energía eléctrica consumida en la producción de rosas. También se encontró que, definiendo la eficiencia térmica del sublimador mediante la ecuación 1, estos dispositivos son altamente ineficientes desde el punto de vista energético ($h < 0.1\%$)².

$$h = \frac{\dot{m} \times h_{fg}}{P_e} \quad (1)$$

donde:

h = Eficiencia térmica.

\dot{m} = Tasa de transferencia de masa.

$h_{fg} =$ Entalpía de evaporación.

$P_e =$ Energía eléctrica suministrada.

Por tanto se hace necesario determinar las condiciones de operación (temperatura de trabajo) y geometría que maximicen la eficiencia térmica de evaporadores a atmósfera abierta. En respuesta a esta necesidad, el grupo de investigación en Conversión de Energía de la Universidad de los Andes, ha venido desarrollando trabajos analíticos y experimentales tendientes a encontrar el diseño óptimo de evaporadores a atmósfera abierta. A continuación se presentan los resultados más importantes obtenidos.

Por facilidad, en este trabajo todos los resultados se presentan para el caso en que la sustancia de trabajo es agua, y las condiciones ambientales son las típicas de la ciudad de Bogotá: 15°C de temperatura ambiente promedio, 75 KPa de presión atmosférica aproximada y 50% de humedad relativa promedio. Sin embargo los resultados mostrados son aplicables a la evaporación a atmósfera abierta de cualquier sustancia en fase líquida y bajo cualquier condición atmosférica.

2 MODELOS ANALITICOS

Con el fin de determinar la temperatura de trabajo y geometría óptima del evaporador, inicialmente se recurrió a las ecuaciones que modelan los procesos de transferencia de masa y calor presentes durante la evaporación. Se sabe que cuando la temperatura de la fase líquida es aproximadamente igual a la temperatura ambiente, la evaporación (transferencia de masa y calor) ocurre por difusión. Mientras que cuando hay una diferencia apreciable ($> 10^\circ\text{C}$) entre estas 2 temperaturas, la evaporación ocurre por convección. Cuando la fase líquida alcanza la temperatura de ebullición, la evaporación ocurre por ebullición nucleada³. En este trabajo se omite considerar este último mecanismo de evaporación por cuanto los procesos de evaporación a atmósfera abierta de interés raramente ocurren bajo ebullición. A continuación se describen las ecuaciones que modelan los procesos evaporativos por difusión y convección.

2.1 Modelo difusivo

Se asume por simplicidad que la evaporación ocurre en estado estable, flujo laminar, una dimensión, no ocurren reacciones químicas, la temperatura y la presión permanecen constantes y la fase líquida no es permeable al aire. Se utilizan las ecuaciones de conservación de masa, de especies y de energía. Se toman como condiciones de frontera que el líquido está saturado a la temperatura de trabajo en la interfase líquido-gas y que la potencia eléctrica suministrada al evaporador es igual al calor latente de evaporación de la sustancia más la energía perdida por difusión. Como resultado se obtienen las ecuaciones 2 y 3.

$$\dot{m} = A_{evap} \frac{r D_{AB}}{L} \ln \left(\frac{1 - Y_{w,L}}{1 - Y_{w,0}} \right) \quad (2)$$

donde:

- A_{evap} = área de evaporación a la atmósfera.
 r = densidad de la mezcla.
 D_{AB} = coeficiente de difusión binaria.
 L = profundidad del plato
 $Y_{w,0}$ = Fracción másica de vapor en la superficie líquida
 $Y_{w,L}$ = Fracción másica de vapor en la boca del sublimador

$$h = \frac{1}{1 + \left\{ \frac{C_p(T_L - T_0)}{h_{fg}} \cdot \frac{1}{\left[\left(\frac{1 - Y_{w,L}}{1 - Y_{w,0}} \right)^{\frac{r D_{AB} C_p}{K}} \right] - 1} \right\}} \quad (3)$$

donde:

- C_p = Calor específico de la mezcla
 K = Coeficiente de conductividad térmico

La figura 2 muestra la ecuación 2 y 3 en función de la temperatura de trabajo, cuando la sustancia es agua y las condiciones atmosféricas corresponden a las típicas de Bogotá. Se puede observar que la tasa de evaporación y la eficiencia térmica incrementan con la temperatura. Esto concuerda con la observación que los procesos de evaporación (y/o secado) que ocurren más rápido en climas cálidos.

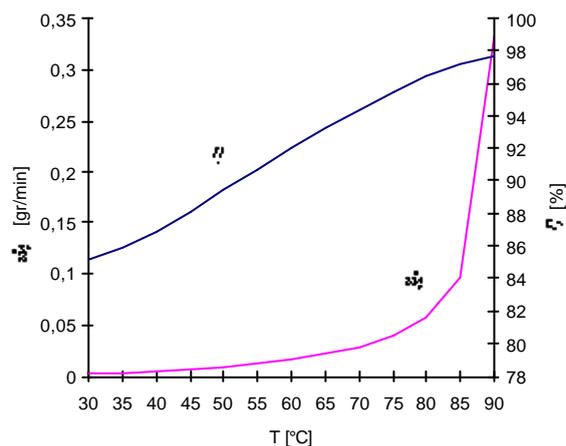


Figura 2: Tasa de evaporación y eficiencia térmica como función de la temperatura cuando la evaporación ocurre por el mecanismo de difusión.

También se observa que la eficiencia térmica de evaporación ideal no asume un valor del 100%

para todos los casos. Este valor tan solo se logra bajo condiciones cercanas a la ebullición. Esto significa que la definición de eficiencia térmica expresada por la ecuación 1, no es la mas apropiada para caracterizar el desempeño de evaporadores a atmósfera abierta. La ecuación 3 muestra que la eficiencia térmica es independiente de la geometría del evaporador. Sin embargo esto no concuerda con lo observado experimentalmente.

2.2 Modelo convectivo

Como se mencionó anteriormente, cuando la diferencia de temperaturas entre la superficie líquida y el ambiente es apreciable ($>10^{\circ}\text{C}$), la evaporación ocurre primordialmente por convección. En este caso las ecuaciones de transferencia de calor y de masa que modelan los procesos de transferencia de calor y masa son:

$$q_{conv} = \bar{h}A_{ev}(T_0 - T_{\infty}) \quad (4)$$

$$\dot{m} = \bar{h}_m A_{ev} M (C_0 - C_{\infty}) \quad (5)$$

donde:

\bar{h} = Coeficiente de convección térmico

\bar{h}_m = Coeficiente de convección másico

M = Peso molecular de la sustancia

C_0 = Concentración molar del vapor en la interfase líquido-gas

T_0 = Temperatura de la sustancia en la interfase líquido-gas

\bar{h} esta dado por la ecuación 6, la cual es una correlación para placas horizontales de sección circular⁴.

$$\bar{Nu}_D = 0.82 Ra_D^{1/5} Pr^{0.034} \quad (6)$$

donde:

\bar{Nu}_D = Número de Nusel de diámetro

Ra = Número de Rayleigh de diámetro

Pr = Número de Prandtl

Usando la analogía entre los números adimensionales para los fenómenos de transferencia de calor y de masa, se calcula el coeficiente de convección másico a partir del coeficiente de convección térmico.

La figura 3 muestra la ecuación 5 como función de la temperatura de trabajo cuando la sustancia de trabajo es agua y las condiciones atmosféricas corresponden a las típicas de Bogotá. Se observa que la tasa de evaporación aumenta con la temperatura. También se observa que la tasa de evaporación por convección es superior a la tasa de evaporación por difusión.

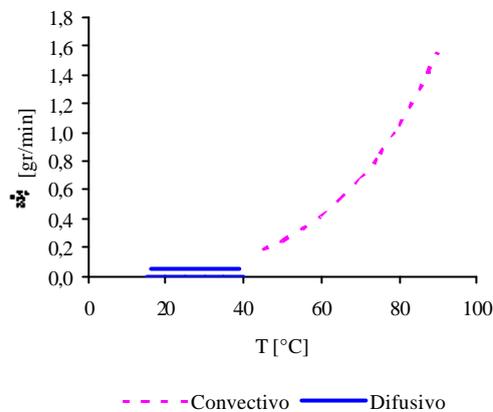


Figura 3: Tasa de evaporación de agua por los mecanismos de difusión y convección para las condiciones atmosféricas de Bogotá en función de la temperatura de la fase líquida.

Remplazando las ecuaciones 4 y 5 en la ecuación 1, y graficando la ecuación resultante como función de la temperatura de trabajo, se obtiene la figura 4. Se observa que aunque la tasa de evaporación por el mecanismo de convección es mayor que por el mecanismo de difusión, la eficiencia térmica es menor. Esto se debe a que en este caso se requiere mayor energía para mantener la diferencia de temperaturas entre la fase líquida y el ambiente.

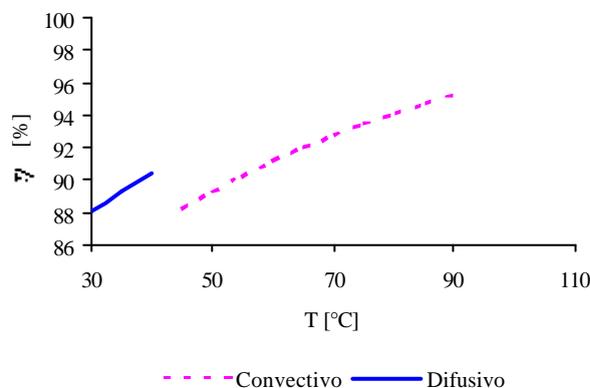


Figura 4: Eficiencia térmica de evaporación por los mecanismos de difusión y convección en función de la temperatura de trabajo, para las condiciones de Bogotá.

También se observa que la eficiencia aumenta con la temperatura, alcanzando su máximo cuando la sustancia de trabajo alcanza su temperatura de ebullición. De nuevo el valor de la eficiencia teórica es inferior al 100%.

2.3 Validación de los modelos analíticos

Con el objetivo de verificar que tan adecuados son los modelos descritos anteriormente, se procedió a realizar un conjunto de experimentos de evaporación a atmósfera abierta. Se midió la

tasa de pérdida de peso de evaporadores con diferentes geometrías, la temperatura de trabajo y la potencia eléctrica consumida. La referencia 2 contiene una descripción detallada de la experimentación realizada. La figura 5 muestra una comparación entre los resultados experimentales obtenidos y los resultados analíticos para una geometría tipo jarrón.

La figura 5 muestra la tasa de evaporación estimada por el modelo convectivo ajustado. Este corresponde a la ecuación 5 con el coeficiente de transferencia de masa que mejor se aproxima a los resultados experimentales, de acuerdo al método de mínimos cuadrados⁵.

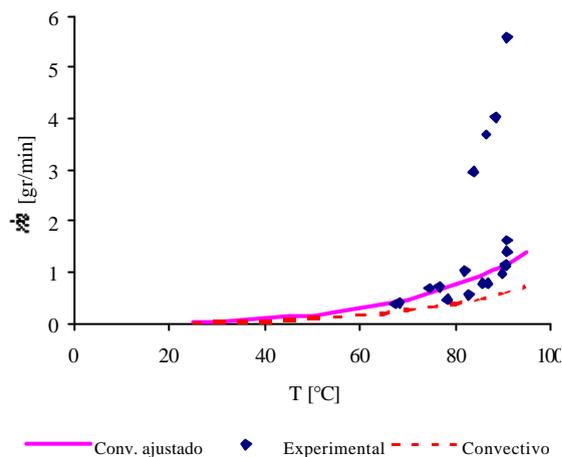


Figura 5: Tasa de evaporación de agua de acuerdo al modelo convectivo y a datos experimentales obtenidos para evaporadores con geometría tipo jarrón, bajos las condiciones de Bogotá.

La figura 5 muestra que el modelo convectivo, en general, se ajusta a los datos experimentales, excepto en la zona cercana a la temperatura de ebullición, que para la presión atmosférica de Bogotá es alrededor de los 94°C.

Por tanto se puede concluir que, tal y como lo predice el modelo convectivo, los evaporadores a atmósfera abierta deben trabajar a una temperatura tan cercana a la temperatura de ebullición como sea posible para maximizar su eficiencia térmica. Sin embargo este modelo simplificado no permite determinar la geometría óptima del evaporador. Por tanto se requiere un modelo de evaporación a atmósfera abierta mas completo.

3 MODELO NUMÉRICO

Como alternativa de solución se recurrió a simular numéricamente el fenómeno de evaporación a atmósfera abierta. El modelo numérico usado asume condiciones uniformes y/o constantes para:

- El material del evaporador
- La cantidad de sustancia en el evaporador
- Cantidad y distribución de la resistencia eléctrica
- Potencia consumida

Por lo tanto, el denominador de la ecuación 1 permanece constante y la eficiencia térmica de

evaporación es directamente proporcional a la tasa de evaporación.

3.1 Generalidades de la simulación

Las simulaciones se realizaron bajo condiciones de estado estable. Se simuló los procesos que ocurren desde la interfase liquido-gas en el interior del recipiente (área de evaporación), hasta el medio ambiente externo. Se utilizó una geometría tridimensional axi-simétrica, como se muestra en la figura 6. Las especies que interactúan en este modelo son: aire y vapor de agua. Todas las propiedades del fluido se calcularon de acuerdo a la ley de mezclas para gases ideales. El modelo considera flujo compresible y turbulento.

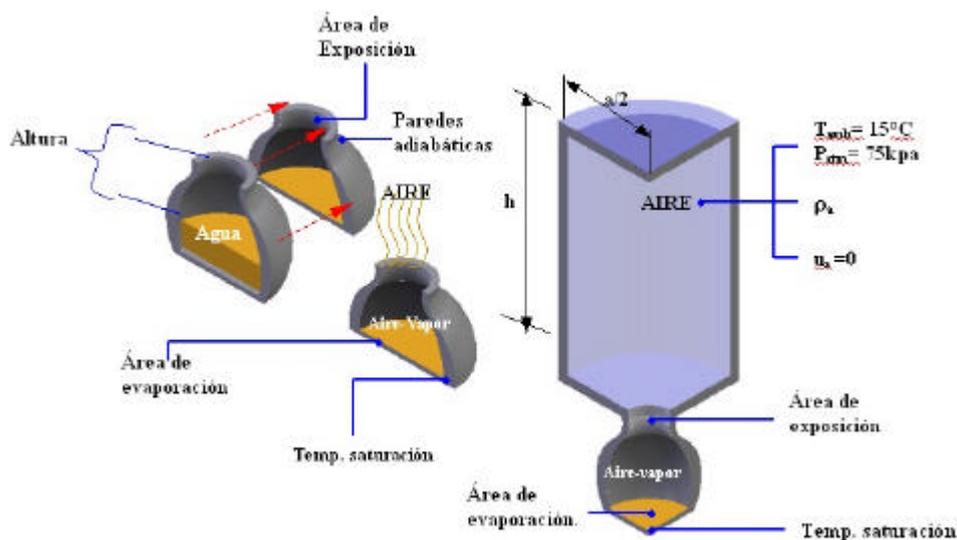


Figura 6: Descripción del problema para la simulación y proceso de simplificación de la geometría.

Se utilizó ANSYS/FLOTTRAN CFD como software de simulación. El tipo de elemento seleccionado fue FLUID 141 2-D, que permite el manejo de modelos axisimétricos, múltiples especies y el análisis de fenómenos multi-físicos incluido el fenómeno de convección natural⁶.

La construcción de la malla se realizó según las recomendaciones que sugiere la referencia⁷, de forma que las zonas de mayor interés (entre el área de evaporación y la de exposición) tienen una malla más densa como se muestra en la figura 7 y las fronteras se ubican lo suficientemente lejos de las zonas de interés para que no afecten el resultado. El número de iteraciones de la simulación se determina como aproximadamente un décimo del número de nodos, lo cual corresponde a lo típicamente usado para el análisis de este tipo de fenómenos. Para lograr convergencia en la solución, el modelo se simuló durante las primeras iteraciones (5-10) sin realizar el análisis térmico. Posteriormente se adicionó la carga térmica.

La figura 7 también muestra las condiciones de frontera usadas en el modelo. La atmósfera abierta tiene como condición de frontera: presión manométrica igual a cero. La pared del evaporador y la zona inferior de la atmósfera se consideraron adiabáticas con velocidad cero en

todos los sentidos. El eje de simetría alrededor del cuál se genera el sólido de revolución tiene como condición de frontera: velocidad perpendicular al eje igual a cero. El área de evaporación tiene como condición de frontera: temperatura de trabajo y proporciones másicas de vapor y aire dados por la curva de presión de saturación del agua.

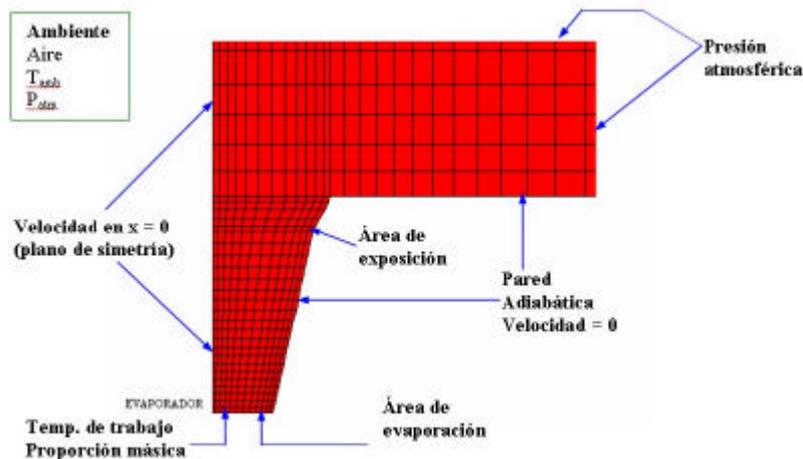


Figura 7: Condiciones de frontera dispuestas sobre la geometría de balde.

3.2 Validación del modelo numérico

Antes de realizar alguna inferencia sobre los resultados de la simulación, se verificó que estos concuerdan con los resultados experimentales. Los criterios más importantes usados para la validación fueron la forma de los perfiles de temperatura, perfiles de velocidad, de concentración etc. y el valor numérico de los resultados. La figura 8(a) muestra el perfil de concentración másica de agua obtenida para un evaporador con geometría tipo jarrón. La figura 8(b) muestra el perfil de temperaturas obtenido para un evaporador con geometría tipo balde. Se observa que estos perfiles toman la forma de pluma típico de los fenómenos de transferencia de masa y calor por convección natural.

Para validar cuantitativamente los resultados producto de la simulación numérica se calculó la tasa de evaporación de acuerdo a la ecuación 7.

$$\dot{m} = \int_A [\mathbf{r} \times Y_w(r) \times V_y(r)] \cdot dA \quad (7)$$

donde:

V_y velocidad en la dirección vertical a la altura del área de exposición y en la posición r .

La figura 9 muestra la tasa de evaporación de agua en función de la temperatura de trabajo, obtenida para un evaporador con geometría tipo balde, bajo las condiciones atmosféricas de Bogotá. Se observa que el modelo numérico se ajusta a los valores experimentales. Por lo tanto, los resultados de la simulación numérica se pueden usar en forma confiable para identificar la

geometría óptima de los sublimadores a atmósfera abierta.

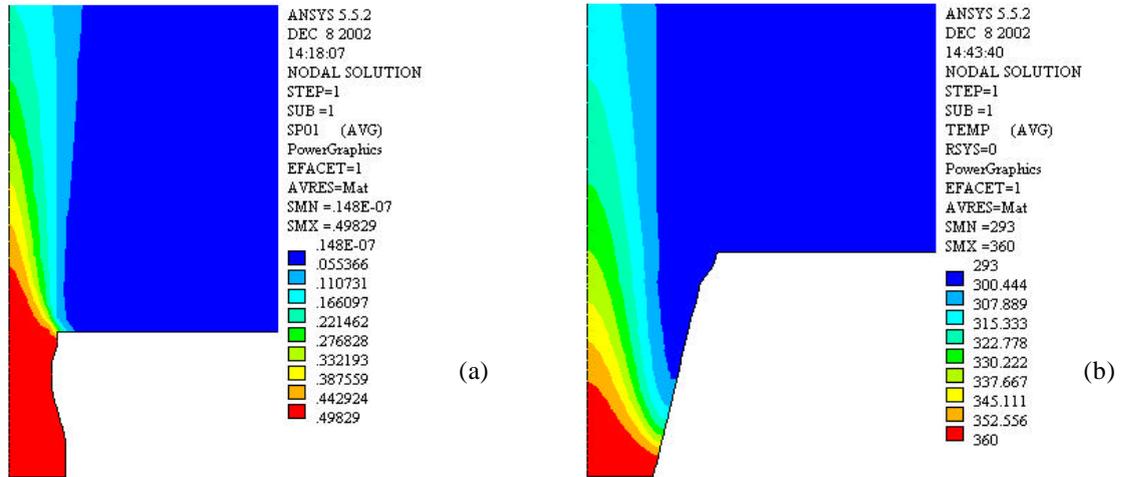


Figura 8: Distribución de la fracción másica de vapor de agua en la geometría con forma de Jarrón a 90°C (a).
Distribución de temperaturas en la geometría con forma de balde a 90°C (b)

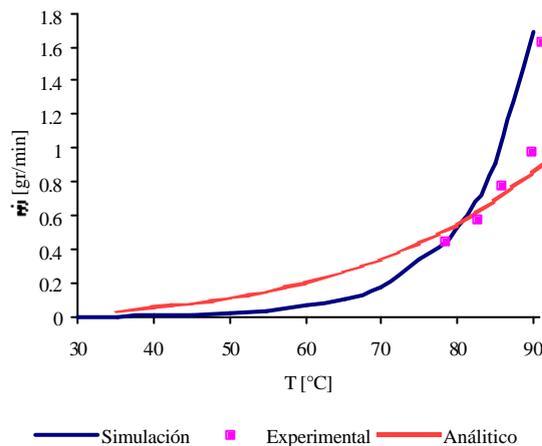


Figura 9: Comparación entre los resultados de la simulación numérica, los datos experimentales y los resultados de los modelos analítico, para un evaporador de agua con geometría tipo balde, operando bajo las condiciones atmosféricas de Bogotá.

3.3 Resultados del modelo numérico

Buscando determinar la geometría de los evaporadores que maximiza la tasa de evaporación se simuló el proceso de evaporación con evaporadores de diferentes geometrías. Se variaron los siguientes parámetros (estos parámetros tomaron los valores mostrados en la tabla 1):

- altura del evaporador

- diámetro de evaporación
- diámetro de exposición

Tabla 1: Variabilidad de los parámetros geométricos.

Variable geométrica	Niveles de variación	
	Numero de variaciones	Valores [m]
Altura	3	0.04, 0.052, 0.064
Diámetro de Evaporación	3	0.036, 0.05, 0.064.
Diámetro de Exposición	9	0.02, 0.025,, 0.06

3.4 Efecto del área de evaporación y exposición

Se fijó una temperatura de trabajo y un área de evaporación. Se varió el área de exposición. Se construyeron figuras de tasa de evaporación versus relación de áreas.* La figura 10 ilustra sobre el tipo de curvas típica obtenidas. Esta muestra que la tasa de evaporación es máxima cuando la relación de áreas es cercana a 0.49. Se encontró que este comportamiento es el mismo para todos los casos simulados.

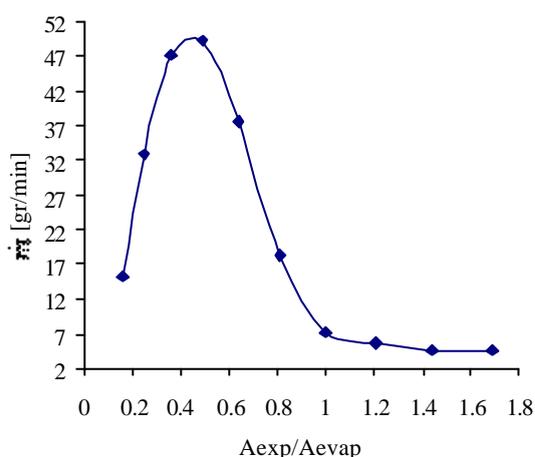


Figura 10: Tasa de evaporación de agua versus relación de áreas para el caso de un evaporador con diámetro de evaporación =5cm y altura =5.2 cm cuando la temperatura de trabajo es 90°C.

La figura 11 muestra la tasa evaporación por unidad de área de evaporación para evaporadores de diferentes diámetros. Se muestra que para una misma altura el comportamiento de los evaporadores es idéntico. De nuevo la relación de áreas que maximiza la transferencia de masa es igual a 0.49.

* Relación de Áreas = Área de exposición / Área de evaporación = A_{exp}/A_{evap}.

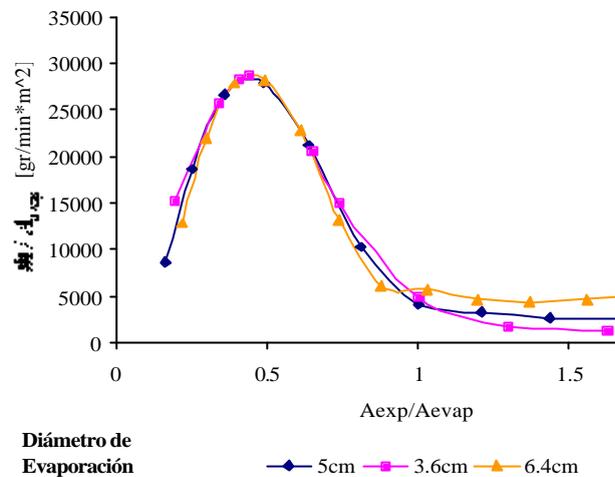


Figura 11: Tasa de evaporación de agua por unidad de área de evaporación en función de la relación de áreas para evaporadores de 5.2 cm. de altura operando bajo las condiciones atmosféricas de Bogotá

La figura 12 muestra esquemáticamente el efecto de modificar el diámetro de evaporación (derecha) y diámetro de exposición (izquierda) manteniendo la altura constante. Se muestra que cuando la relación de áreas es alrededor de 0.49, la geometría del evaporador se aproxima a la forma de la pluma convectiva que se genera en el proceso de evaporación. Por tanto se puede inferir que la máxima tasa de evaporación se obtiene cuando la geometría del evaporador ofrece menos restricciones al flujo y minimiza las pérdidas de calor.

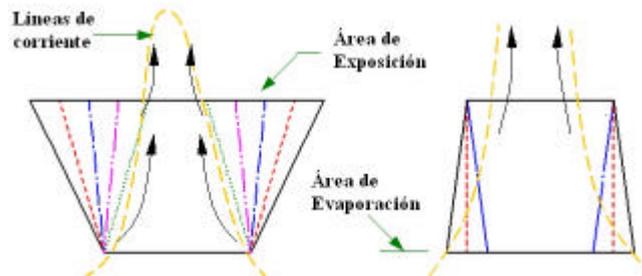


Figura 12: Ilustración del efecto de variar el diámetro de evaporación (derecha) y diámetro de exposición (izquierda) manteniendo la altura constante.

3.5 Efecto de la altura del evaporador

También se construyeron curvas de tasa de evaporación en función de la relación de áreas para evaporadores de 4 y 6.4 cm. de alto. La figura 13 muestra los resultados obtenidos. Se observa que el comportamiento es similar a los descritos anteriormente, excepto que al aumentar la altura aumenta la tasa de evaporación.

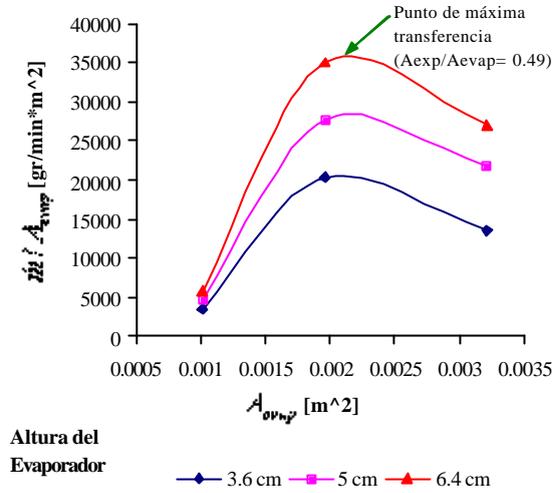


Figura 13: Tasa de evaporación de agua por unidad de área de evaporación en función del área de evaporación para evaporadores con 3.5 cm. de diámetro de exposición y diferentes alturas operando bajo las condiciones atmosféricas de Bogotá.

Con el fin de determinar la altura del evaporador que maximiza la tasa de evaporación (manteniendo constante el nivel de energía consumida) se procedió a simular el proceso de evaporación en evaporadores con relación de áreas igual a 0.49 y de diferentes alturas. Se escogió la relación de áreas igual a 0.49, por cuanto como se concluyó anteriormente a esta relación de áreas ocurre la máxima tasa de evaporación para una altura determinada. A manera de verificación de este resultado también se evaluó el efecto de la altura en geometrías tipo cilíndricas y balde. La figura 14 muestra los resultados obtenidos.

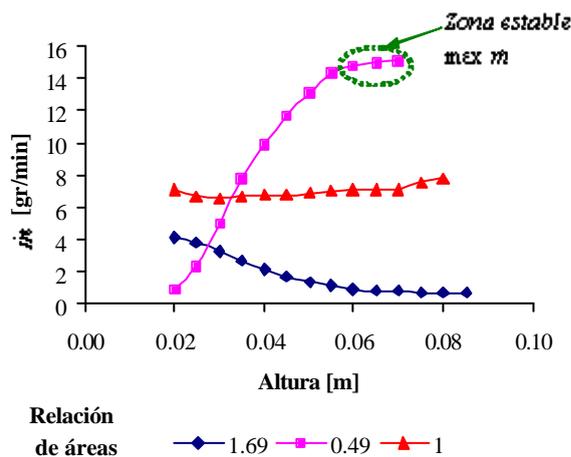


Figura 14: Tasa de evaporación de agua en función de la altura del evaporador para un diámetro de evaporación de 3.6 cm, operando bajo las condiciones atmosféricas de Bogotá y a una temperatura de trabajo de 90°C.

La figura 14 muestra que la tasa de evaporación alcanza su máximo cuando el evaporador de 3.6 cm de diámetro de evaporación, y con una relación de áreas igual a 0.49 tiene ~6 cms de alto. Muestra que la altura no afecta sustancialmente la tasa de evaporación en evaporadores cilíndricos. Sin embargo afecta en forma negativa la tasa de evaporación de evaporadores con geometría tipo balde. Esta figura también muestra que cuando la altura del evaporador es demasiado pequeña, la tasa de evaporación es mayor para geometrías tipo cilíndricas y balde que para la geometría óptima. Esto muestra la importancia de la altura en la tasa de evaporación.

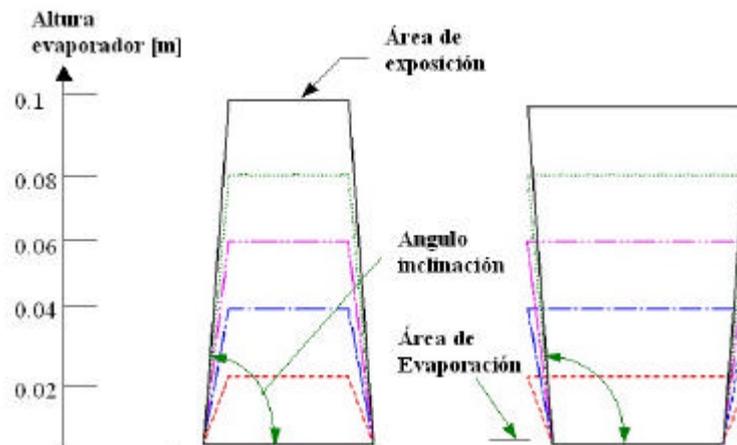


Figura 15: Ilustración del efecto de aumentar la altura manteniendo una relación de áreas constante. A la izquierda la relación de áreas es de 0.49, mientras que a la derecha es de 1.69.

La figura 15 ilustra esquemáticamente el efecto de variar la altura manteniendo la relación de áreas constante. Se observa que al aumentar la altura, el ángulo entre la pared del evaporador y la horizontal también aumenta. Este comportamiento se ilustra en la figura 16. Se observa que a partir de cierta altura, el efecto de aumentar la altura es despreciable para geometrías con relación de áreas de 0.49 y la geometría se asemeja a una geometría cilíndrica. Este comportamiento coincide con el observado en la figura 14.

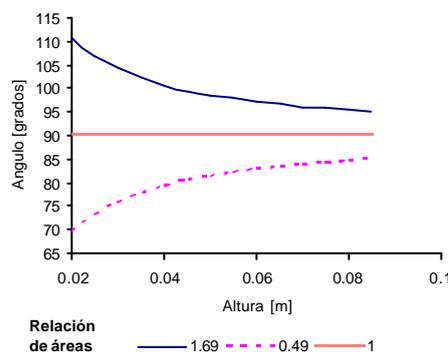


Figura 16: Ángulo que forma la pared del evaporador con la horizontal en función de la altura del evaporador para diferentes relaciones de área.

Por lo anterior se puede inferir que la altura óptima del evaporador está dada por la geometría que mejor se asemeja a la forma de la pluma convectiva que se genera en el proceso de evaporación. También se puede inferir de las figuras 14, 15 y 16 que la altura óptima del evaporador es aquella donde la pared del evaporador forma un ángulo de aproximadamente 85° para una relación de áreas de 0.49.

4 CONCLUSIONES

Se realizó trabajo analítico, experimental y de simulación numérica para determinar la temperatura de trabajo y la geometría de los evaporadores a atmósfera abierta que maximiza su eficiencia térmica. Se concluyó que la eficiencia térmica que puede alcanzar un evaporador ideal es inferior al 100%, que la temperatura de trabajo óptima es la más cercana al punto de ebullición de la sustancia de trabajo posible, y que la geometría óptima es aquella donde la pared del evaporador forma un ángulo de $\sim 85^\circ$ para una relación de áreas de 0.49. El trabajo continúa verificando experimentalmente estas conclusiones.

5 REFERENCIAS

- [1] ASOCOLFLORES/Mercados. <http://www.colombianflowers.com>
- [2] J. Huertas y J. Rodríguez. Optimization of sulfur sublimators used in the Colombian flower industry. Symposium on Thermodynamics and the Design, and Improvement of Energy Systems. International Mechanical Engineering Congress and Exposition. New York, USA. Noviembre 2001.
- [3] F. Incropera. Fundamentals of Heat and Mass Transfer. 4th. John Wiley and Sons. New York 1996.
- [4] J. Lienhard IV y J. Lienhard V. A Heat Transfer Textbook. 3th. Phlogiston Press. Cambridge M.A. 2001.
- [5] F. Moreno. Modelos de evaporación a atmósfera abierta. Universidad de los Andes, Bogotá - Colombia 2003.
- [6] ANSYS Elements Reference. 001084 Tenth Edition. SAS IP, Inc.
- [7] ANSYS Theory Reference. 001099, Ninth Edition. SAS IP, Inc.