

## MODELIZACIÓN NUMÉRICA DE DESLIZAMIENTOS RÁPIDOS

Manuel Pastor<sup>\*‡</sup>, Manuel Quecedo<sup>†‡</sup>, Elena González<sup>\*‡</sup>, M. Isabel Herreros<sup>\*‡</sup>, Jose A. Fernández Merodo<sup>\*‡</sup> y Pablo Mira<sup>\*‡</sup>

\* Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas  
C/ Alfonso XII, 3 y 5. 28014 Madrid. España.  
e-mail: mpastor@cedex.es

‡ Grupo de Modelos Matemáticos en Ingeniería, M2i  
Departamento de Matemática Aplicada  
E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid, España.

† ENUSA, Madrid, España.

**Palabras clave:** Deslizamientos rápidos, rotura de balsas mineras, modelos integrados en profundidad, formulación euleriana, algoritmo de Taylor-Galerkin.

**Resumen.** *Este artículo presenta un modelo integrado en profundidad que tiene en cuenta tanto la fase de propagación como la de consolidación en el caso de movimientos rápidos de laderas. Para obtener el esquema numérico, el punto de partida es una formulación en velocidades y presiones que describe el acoplamiento entre el esqueleto sólido y el fluido intersticial. A continuación, en el caso de deslizamientos poco profundos, el modelo puede simplificarse, dando lugar a dos modelos que describen, respectivamente, la propagación y la consolidación. Finalmente, pueden integrarse las ecuaciones en profundidad. El modelo propuesto puede aplicarse en situaciones drenadas, tales como flujos granulares, condiciones no drenadas, flujos de lodos resultantes de la rotura de presas de residuos mineros, y flujos deslizantes en los que la consolidación es importante.*

## 1 INTRODUCCIÓN

Los deslizamientos rápidos de laderas son los responsables cada año de importantes pérdidas tanto económicas como humanas. Las causas de estos deslizamientos catastróficos son: (i) Cambios en las tensiones efectivas inducidos por cargas externas (terremotos, acción humana, etc.) y variaciones en las presiones intersticiales (lluvia, acción humana, etc.), (ii) Variaciones en las propiedades del material (degradación, ataque químico, ...), y (iii) Cambios en la geometría del talud (erosión, procesos de excavación, ...).

Los principales tipos de deslizamientos, según Dikau y colaboradores<sup>4</sup> son los siguientes: (i) Desprendimientos, (ii) Vuelcos, (iii) Deslizamientos, (iv) Extensiones laterales, (v) Flujos deslizantes y (vi) Movimientos complejos. En este artículo se tratará principalmente el caso de deslizamientos y flujos deslizantes. Los deslizamientos se caracterizan por el movimiento de toda la masa sobre una clara superficie de rotura. Desde un punto de vista mecánico, puede decirse que el mecanismo de rotura consiste en la localización de la deformación tangencial en una zona estrecha. Por otro lado, los flujos deslizantes pueden describirse como movimientos del tipo de los fluidos en los que las partículas viajan separadamente. Como ejemplos de estos últimos, hay que mencionar los flujos deslizantes ocurridos en depósitos poco compactados al experimentar un rápido colapso con un importante aumento de las presiones intersticiales produciéndose licuefacción en algunos casos. En estos últimos, el mecanismo de rotura puede describirse como difuso, y la masa móvil no se comporta como un bloque rígido. Las avalanchas de rocas son un caso en que los bloques de rocas se disgregan en partículas más pequeñas, y el comportamiento final es el de un fluido friccional. Es de destacar el trabajo de Davies y colaboradores<sup>5</sup> relacionado con la fragmentación.

Por supuesto, ambos tipos son idealizaciones de la realidad. Es posible encontrar deslizamientos que evolucionan hasta convertirse en flujos, especialmente en los casos en los que existe agua que se mezcla con el suelo.

En lo referente a modelos que permitan comprender la fase de iniciación y evolución de estos movimientos rápidos de laderas, existe hoy en día un marco teórico en el que puede entenderse el acoplamiento entre el esqueleto sólido y el fluido intersticial. Las ecuaciones que describen este movimiento fueron propuestas por Biot<sup>1,2</sup>. Una versión mejorada más adecuada para la modelización numérica es la formulación  $u-p_w$ , propuesta por Zienkiewicz y colaboradores<sup>15,16,17,18,19</sup> en la Universidad de Swansea. En realidad, las primeras comparaciones entre las predicciones numéricas de licuefacción y los resultados experimentales obtenidos en la Universidad de Cambridge se obtuvieron en la Universidad de Swansea al final de los años 80.

La formulación  $u-p_w$  (desplazamientos y presiones intersticiales), puede escribirse en términos de velocidades en un marco euleriano, lo que proporciona un modelo simple a la vez que efectivo para el caso de movimientos rápidos de laderas. Los mismos resultados pueden obtenerse a partir de la teoría de mezclas. El lector interesado puede consultar referencias tales como Zienkiewicz et al.<sup>17</sup>, Lewis y Schrefler<sup>10</sup> y Coussy<sup>3</sup>.

El propósito de este trabajo es presentar la formulación velocidad-presión intersticial  $v-p_w$  la cual puede utilizarse –bajo ciertas hipótesis– para describir movimientos rápidos de laderas.

El trabajo se estructura como sigue. En primer lugar, se introducirá la formulación  $v$ - $p_w$ . A continuación se simplificarán las ecuaciones y se integrarán en profundidad. Más adelante, se propondrán algunas leyes reológicas que pueden utilizarse para describir el comportamiento de flujos de geomateriales, y finalmente, se describirá el modelo numérico, así como algunos ejemplos de aplicación que pueden ilustrar las ventajas (y desventajas) del modelo propuesto.

## 2 MODELO MATEMÁTICO: LA FORMULACIÓN EN VELOCIDADES Y PRESIONES

El modelo formulado en términos de velocidades y presiones fue propuesto por el grupo de Swansea y consiste en las siguientes ecuaciones:

- (i) Ecuación de balance de momento lineal para la mezcla sólido-fluido

$$\rho_m \frac{Dv}{Dt} = \text{div}(\sigma' - I p_w) + \rho_m b \quad (1)$$

- (ii) Una combinación de balance de masa y momento lineal para el fluido intersticial

$$\text{tr}\left(\frac{D\varepsilon}{Dt}\right) = \text{div}(k_w \text{grad } p_w) \quad (2)$$

- (iii) Una ley reológica que relaciona las tensiones efectivas y la velocidad de deformación, que para materiales fluidos puede escribirse como sigue

$$\sigma' = \sigma'(D) \quad (3)$$

donde  $\rho_m$  es la densidad de la mezcla,  $v$  es la velocidad del esqueleto sólido,  $\sigma'$  el tensor de tensión efectiva,  $b$  el vector de fuerzas de volumen,  $p_w$  la presión del fluido intersticial,  $k_w$  la permeabilidad,  $\varepsilon$  la deformación volumétrica,  $D$  el tensor velocidad de deformación,  $\nabla^s$  el operador gradiente simétrico tal que  $D$  puede obtenerse como

$$D = \nabla^s = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (4)$$

y  $(D/Dt)$  la derivada material

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_k \frac{\partial}{\partial x_k} \quad (5)$$

Es importante destacar que la principal hipótesis en el modelo descrito es que la aceleración del fluido relativa al esqueleto sólido puede ser ignorada.

## 3 ALGUNAS SIMPLIFICACIONES PARA FLUJOS POCO PROFUNDOS

Se van a introducir aquí algunas magnitudes características del deslizamiento. En primer lugar, se utilizará  $L$  como una longitud característica, y  $H$  como una profundidad característica del flujo. En la mayoría de los casos, la relación  $\varepsilon=H/L$  puede considerarse pequeña (deslizamientos poco profundos). La escala de tiempo es  $T=\sqrt{L/g}$ , y una velocidad típica

$v = \sqrt{gL}$ . Finalmente, las tensiones y las presiones se compararan con una presión de referencia  $\rho_0 gH$ , donde  $\rho_0$  es una densidad de referencia. Los ejes  $x_1$  y  $x_2$  se elegirán en un plano próximo al de la ladera, u horizontal, y el eje  $x_3$  será normal a este plano. El modelo  $v$ - $p_w$  puede escribirse de manera adimensional introduciendo

$$\begin{aligned}
 \hat{x}_1 &= x_1 / L & \hat{x}_2 &= x_2 / L & \hat{x}_3 &= x_3 / L \\
 \hat{v}_1 &= v_1 / \sqrt{gL} & \hat{v}_2 &= v_2 / \sqrt{gL} & \hat{v}_3 &= \varepsilon v_3 / \sqrt{gL} \\
 \hat{\sigma} &= \sigma / \rho_0 gH & \hat{p}_w &= p_w / \rho_0 gH
 \end{aligned} \tag{6}$$

La forma adimensional del balance de masa y momento puede escribirse como

$$\text{div } \hat{v} = \theta \left( \varepsilon^2 \frac{\partial^2 \hat{p}_w}{\partial \hat{x}_1^2} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 \hat{p}_w}{\partial \hat{x}_2^2} + \frac{\partial^2 \hat{p}_w}{\partial \hat{x}_3^2} \right) \tag{7}$$

la cual queda reducida a

$$\text{div } \hat{v} = \theta \frac{\partial^2 \hat{p}_w}{\partial \hat{x}_3^2} \tag{8}$$

para deslizamientos poco profundos. En la ecuación anterior se ha introducido el parámetro adimensional  $\theta$ , dado por

$$\theta = \left( \frac{\sqrt{L/g}}{H / (k_w \rho_0 g)} \right) \tag{9}$$

Valores típicos de  $\theta$ , son  $10^{-9}$  para arcillas,  $10^{-7}$  para sedimentos,  $10^{-5}$  para arenas finas y  $10^{-1}$  para gravas.

En cuanto a la ecuación de momento de la mezcla, puede demostrarse que la distribución  $\sigma_{33}$  es hidrostática.

Se supondrá de ahora en adelante que el campo de velocidades puede descomponerse de la siguiente manera

$$\hat{v} = \hat{v}_0 + \theta \hat{v}_1 \tag{10}$$

que puede entenderse como una perturbación en el parámetro  $\theta$ . El campo de presiones puede suponerse de la forma

$$\hat{p}_w = \hat{p}_{w0} + \hat{p}_{w1} \tag{11}$$

donde  $p_{w0}$  es un campo hidrostático que varía linealmente desde cero en la superficie hasta  $\rho_0 gH$  en el fondo. De aquí se obtiene

$$\text{div } \hat{v}_0 + \theta \text{div } \hat{v}_1 = \theta \left( \frac{\partial^2 \hat{p}_{w0}}{\partial \hat{x}_3^2} + \frac{\partial^2 \hat{p}_{w1}}{\partial \hat{x}_3^2} \right) = \theta \frac{\partial^2 \hat{p}_{w1}}{\partial \hat{x}_3^2} \tag{12}$$

y

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \hat{v}_0^s &= 0 \\ \operatorname{div} \hat{v}_1 &= \frac{\partial^2 \hat{p}_w}{\partial x_3^2} \end{aligned} \quad (13)$$

De esta manera, puede identificarse el campo perturbado  $\theta v_1$  como el campo de velocidades correspondiente a la consolidación y  $v_0$  como el campo de velocidades correspondiente a la propagación. Este resultado es de vital importancia, y clarifica las hipótesis que deberían hacerse al modelizar este tipo de fenómenos. En primer lugar, la incompresibilidad no es una característica del comportamiento reológico del suelo, sino una consecuencia del acoplamiento entre el fluido intersticial y el esqueleto sólido, que es válido tan solo en el caso en que el parámetro  $\theta$  sea suficientemente pequeño. En realidad, esto explica el comportamiento no drenado en aparatos de corte, donde las presiones dependen de la velocidad de deformación cortante.

Aproximando la divergencia como

$$\operatorname{div} v_1 = \frac{1}{K_T} \frac{Dp_w}{Dt} \quad (14)$$

donde  $K_T$  es el módulo de rigidez del esqueleto sólido, se obtiene

$$\frac{1}{K_T} \frac{Dp_w}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_3} \left( k_w \frac{\partial p_w}{\partial x_3} \right) \quad (15)$$

donde  $p_w$  depende de  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  y  $t$ .

#### 4 MODELOS INTEGRADOS EN PROFUNDIDAD

El modelo que describe la fase de propagación presentado en la sección anterior consiste en el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales parciales.

$$\rho \frac{Dv_0}{Dt} = \rho b + \operatorname{div} \sigma \quad (16)$$

$$\operatorname{div} v^s = 0 \quad (17)$$

$$\frac{1}{K_T} \frac{Dp_w}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_3} \left( k_w \frac{\partial p_w}{\partial x_3} \right) \quad (18)$$

Las ecuaciones anteriores pueden considerarse como aquellas capaces de describir el proceso total de propagación lateral abajo (dos primeras ecuaciones), y una consolidación vertical (tercera ecuación).

Integrando a lo largo de  $x_3$  el submodelo de propagación, se obtiene

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (h\bar{v}_j) = 0 \quad \text{with } j=1,2 \quad (19)$$

donde  $v_j$  es la velocidad promediada en profundidad a lo largo de  $x_3$ ,

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial}{\partial t} (h\bar{v}_i) + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (h\bar{v}_i \bar{v}_j) = \\ = \rho b_i h + \frac{\partial}{\partial x_j} (h\bar{\sigma}_{ij}) + t_i^A + t_i^B \quad \text{with } j=1,2 \end{aligned} \quad (20)$$

$t_i^A$  y  $t_i^B$  son las fuerzas de superficie en la superficie libre y el fondo respectivamente,

$$\begin{aligned} t_i^A &= \sigma_{ij} \cdot n_j \Big|_{z+h} \\ t_i^B &= \sigma_{ij} \cdot n_j \Big|_z \end{aligned} \quad (21)$$

y  $\sigma_{ij}$  es el tensor de tensiones promediado en profundidad.

Las ecuaciones integradas en profundidad pueden escribirse de manera conservativa como sigue

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x_i} = S \quad (22)$$

donde

$$\begin{aligned} U^T &= (h, h\bar{v}_1, h\bar{v}_2) \\ F_1^T &= (h\bar{v}_1, h\bar{v}_1^2, h\bar{v}_2\bar{v}_1) \\ F_2^T &= (h\bar{v}_1, h_1\bar{v}_1\bar{v}_2, h\bar{v}_2^2) \end{aligned} \quad (23)$$

y

$$\begin{aligned} S &= \begin{pmatrix} 0 \\ b_1 h \\ b_2 h \end{pmatrix} + \\ &+ \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} \begin{pmatrix} 0 \\ h\bar{\sigma}_{11} \\ h\bar{\sigma}_{12} \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial x_2} \begin{pmatrix} 0 \\ h\bar{\sigma}_{12} \\ h\bar{\sigma}_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ t_{1A} + t_{1B} \\ t_{2A} + t_{2B} \end{pmatrix} \right] \end{aligned} \quad (24)$$

En cuanto a la ecuación de consolidación vertical, puede integrarse también a lo largo de  $x_3$ , dando lugar a

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{p}_w h) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{v}_i \bar{p}_w h) = c_v \left. \frac{\partial p_w}{\partial x_3} \right|_{z+h} - c_v \left. \frac{\partial p_w}{\partial x_3} \right|_z \quad (25)$$

Suponiendo ahora que la presión intersticial puede aproximarse por

$$p_w(x_1, x_2, x_3, t) = \sum_{j=1}^{nf} N_j^{(3)}(x_3) p_{wj}(x_1, x_2, t) \quad (26)$$

donde  $N_j^{(3)}(x_3)$  son funciones de forma utilizadas para aproximar las variaciones de presión intersticial a lo largo de  $x_3$ . Se elegirán en este caso funciones armónicas que satisfagan las condiciones de contorno. Suponiendo que la presión intersticial es cero en la superficie y que el fondo es impermeable,

$$N_j^{(3)}(x_3) = \cos\left(\frac{2j-1}{2h} \pi(x_3 - z)\right) \quad j=1 \dots nf \quad (27)$$

Si limitamos el análisis a una única componente de Fourier, se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial t}(P_{w1} h) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\bar{v}_k P_{w1} h) = -\frac{\pi^2}{4h} c_v P_{w1} \quad (28)$$

Donde  $P_{jw}$  depende de  $x_1$ ,  $x_2$  y  $t$ . Esta ecuación puede incorporarse dentro del modelo general (22) añadiendo un término más a las incógnitas, flujos y fuentes. Por tanto, el sistema puede escribirse

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_j}{\partial x_j} = S \quad (29)$$

donde

$$\begin{aligned} U^T &= (h, h\bar{v}_1, h\bar{v}_2, hP_{w1}) \\ F_1^T &= (h\bar{v}_1, h\bar{v}_1^2, h\bar{v}_2\bar{v}_1, hP_{w1}\bar{v}_1) \\ F_2^T &= (h\bar{v}_1, h\bar{v}_1\bar{v}_2, h\bar{v}_2^2, hP_{w1}\bar{v}_2) \end{aligned} \quad (30)$$

y

$$\begin{aligned}
 S = & \begin{pmatrix} 0 \\ b_1 h \\ b_2 h \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_1} \begin{pmatrix} 0 \\ h \bar{\sigma}_{11} \\ h \bar{\sigma}_{12} \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_2} \begin{pmatrix} 0 \\ h \bar{\sigma}_{12} \\ h \bar{\sigma}_{22} \\ 0 \end{pmatrix} + \\
 & + \frac{1}{\rho} \begin{pmatrix} 0 \\ t_{1A} + t_{1B} \\ t_{2A} + t_{2B} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{\pi^2}{4h} c_v P_{w1} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{31}$$

Es importante destacar que la consolidación se traduce en un término de fuente incorporado al sistema.

El modelo propuesto integrado en profundidad para la propagación y consolidación puede discretizarse haciendo uso del algoritmo de elementos finitos de dos pasos de Taylor-Galerkin introducido por Peraire<sup>12</sup>.

## 5 UN SISTEMA DE REFERENCIA ALTERNATIVO

En el modelo integrado en profundidad las velocidades del flujo son paralelas al plano  $x_1, x_2$ . Sin embargo, los flujos rápidos se propagan ladera abajo sobre superficies curvas con grandes pendientes siendo las velocidades del flujo paralelas al fondo sobre el que se produce el deslizamiento. Cambios en la pendiente y en la curvatura provocan una distribución de presión intersticial diferente de la hidrostática, por lo que estos efectos deben de ser incorporados en las ecuaciones generales.

Savage y Hutter<sup>14</sup> propusieron un modelo unidimensional lagrangiano que tenía en cuenta la pendiente y curvatura del fondo y demostraron que el efecto de la curvatura da lugar a un aumento de la tensión vertical, sobre todo en el caso de materiales granulares.

Las ecuaciones del movimiento fueron resueltas también por Hungr<sup>6</sup> haciendo uso de un esquema lagrangiano de diferencias finitas. La masa total era dividida en un número dado de bloques en contacto unos con otros, los cuales podían deformarse durante la propagación. El efecto de la curvatura se incorporó en la fuerza de fricción con el fondo añadiendo a la componente normal la contribución de la fuerza centrífuga.

Si se considera un fluido friccional, el efecto de la curvatura puede tenerse en cuenta a través de dos métodos basados en los modelos de Savage y Hutter<sup>14</sup> y Hungr<sup>6</sup>. El primer método hace uso de un sistema curvilíneo de coordenadas orientado en la dirección normal y tangencial de la curva que describe el fondo en cada punto. Este sistema de referencia ha sido utilizado por Quecedo y colaboradores<sup>13</sup> con la finalidad de modelizar flujos rápidos bidimensionales haciendo uso de una formulación euleriana. El segundo método, incorpora los efectos de la curvatura en la ley de fricción con el fondo, añadiendo a la fuerza normal la centrífuga.

En este último método, la formulación utilizada para la ley de fricción es:

$$|t_B| = \rho \left( g + \frac{v^2}{R} \right) h \operatorname{tg} \phi \quad (32)$$

La aproximación utilizada para calcular el radio de curvatura en un punto de la superficie, Figura 1, es la siguiente:

$$K = \frac{1}{R} = \frac{d^2 \bar{\Gamma}}{ds^2} \Big|_M = \frac{L \cos^2 \alpha + M \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha + N \operatorname{sen}^2 \alpha}{E \cos^2 \alpha + F \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha + G \operatorname{sen}^2 \alpha} = \frac{L + M\lambda + N\lambda^2}{E + F\lambda + G\lambda^2} \quad (33)$$

donde

$$\begin{aligned} \lambda &= \operatorname{tg} \alpha, L = \bar{n} X_{uu}, M = \bar{n} X_{uv}, N = \bar{n} X_{vv}, \\ E &= X_u X_u, F = X_u X_v, G = X_v X_v \end{aligned} \quad (34)$$

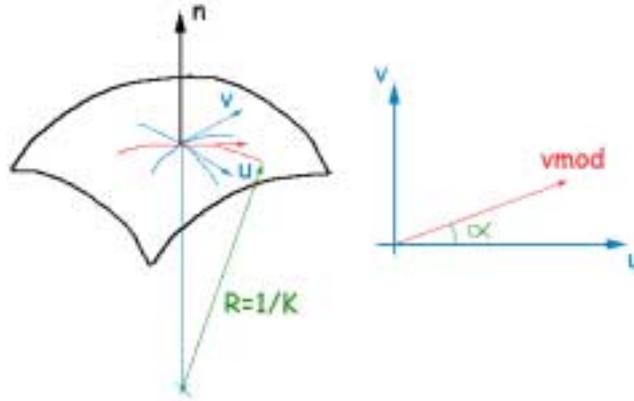


Figura 1: Aproximación de la curvatura

Y si:  $u \equiv x$  y  $v \equiv y$ , puede obtenerse:

$$\begin{aligned} \bar{n} &= \frac{(-Z_x, -Z_y, 1)}{\sqrt{1 + Z_x^2 + Z_y^2}} \\ X_u &= (1, 0, Z_x) \quad X_v = (0, 1, Z_y) \\ X_{uu} &= (0, 0, Z_{xx}) \quad X_{uv} = (0, 0, Z_{xy}) \quad X_{vv} = (0, 0, Z_{yy}) \end{aligned} \quad (35)$$

Y los valores de E, F, G, L, M y N, son:

$$\begin{aligned} E &= (1 + Z_x^2) \quad F = (Z_x Z_y) \quad G = (1 + Z_y^2) \\ L &= \frac{Z_{xx}}{\sqrt{1 + Z_x^2 + Z_y^2}} \quad M = \frac{Z_{xy}}{\sqrt{1 + Z_x^2 + Z_y^2}} \quad N = \frac{Z_{yy}}{\sqrt{1 + Z_x^2 + Z_y^2}} \end{aligned} \quad (36)$$

## 6 EJEMPLOS Y APLICACIONES

### 6.1 Ejemplo de un flujo bajo la acción de la gravedad

El caso que aquí se presenta es muy útil para comprobar el efecto de la pendiente del fondo y su curvatura en las características principales del flujo, es decir, profundidad y velocidad, en el caso de un fluido que se pone en movimiento bajo la acción de la gravedad. El caso aquí propuesto simula un fluido sobre un tobogán de pendiente constante de  $16^\circ$  conectado a una superficie horizontal por medio de una sección de arco circular de 19 m de radio (ver la Figura 2).

La densidad del fluido es de  $2000 \text{ Kg/m}^3$  y se encuentra inicialmente en reposo. El movimiento del flujo comienza al simularse la desaparición instantánea de una pared de contención vertical de 10 m de altura.

La Figura 2 también presenta la malla utilizada para la discretización espacial. Dicha malla se encuentra compuesta por 2081 nodos agrupados en 3758 elementos triangulares lineales; en la zona de la curvatura la malla utilizada es mas fina.

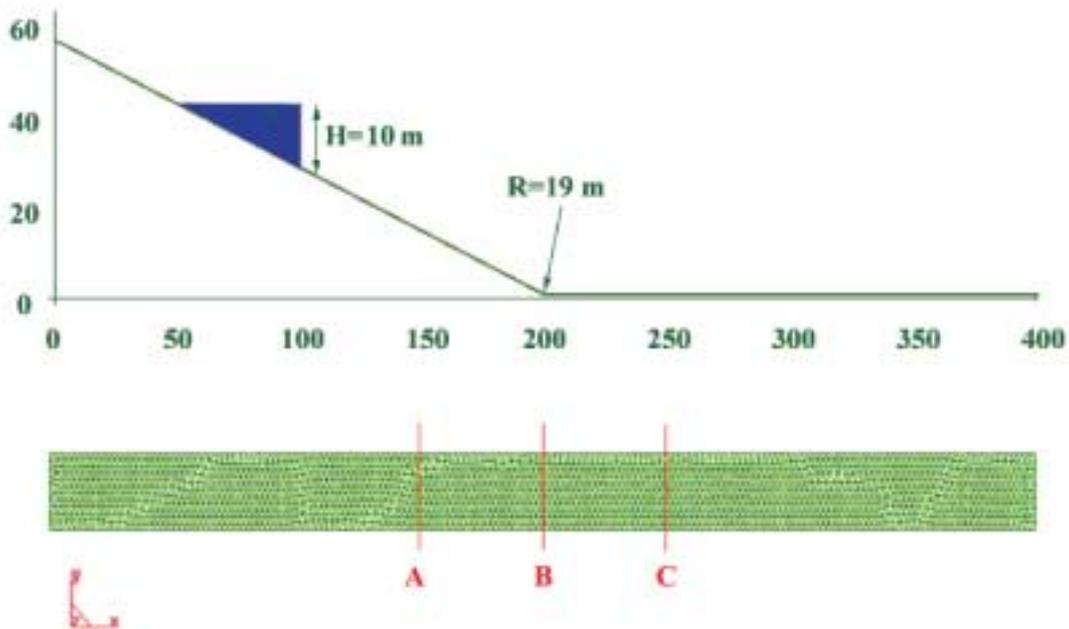


Figura 2: Geometría y malla

La profundidad y velocidad del flujo se calculan en tres secciones de control situadas tal y como se indica en la Figura 2: antes de la zona curva (sección A), en la zona curva (sección B) y después de la zona curva (sección C).

La fuerza de resistencia con el fondo se calcula haciendo uso de la fricción de Coulomb, considerándose un ángulo de fricción con el fondo de  $10^\circ$ , ligeramente inferior al ángulo de la

pendiente del fondo, de  $16^\circ$ .

Para comparar los resultados se han empleado tres métodos:

- Método 1: Formulación euleriana de material friccional sin considerar los efectos de la curvatura.
- Método 2: Formulación euleriana de material friccional que incorpora los efectos de la curvatura mediante un sistema curvilíneo de coordenadas.
- Método 3: Formulación euleriana de material friccional que tiene en cuenta los efectos de la curvatura incorporando la fuerza centrífuga en la ley de fricción.

La evolución de la profundidad y velocidades del flujo son, tal y como era de esperar, independientes de la formulación del problema en la sección de control A, Figura 3. En la sección de control B aparecen ligeras diferencias que pueden apreciarse en la Figura 4. En esta sección de control, la evolución de la velocidad del flujo calculada con ambas formulaciones es equivalente aunque las velocidades calculadas son ligeramente inferiores, en aproximadamente 1 m/s, cuando se incorporan en la formulación del problema los efectos de la curvatura.

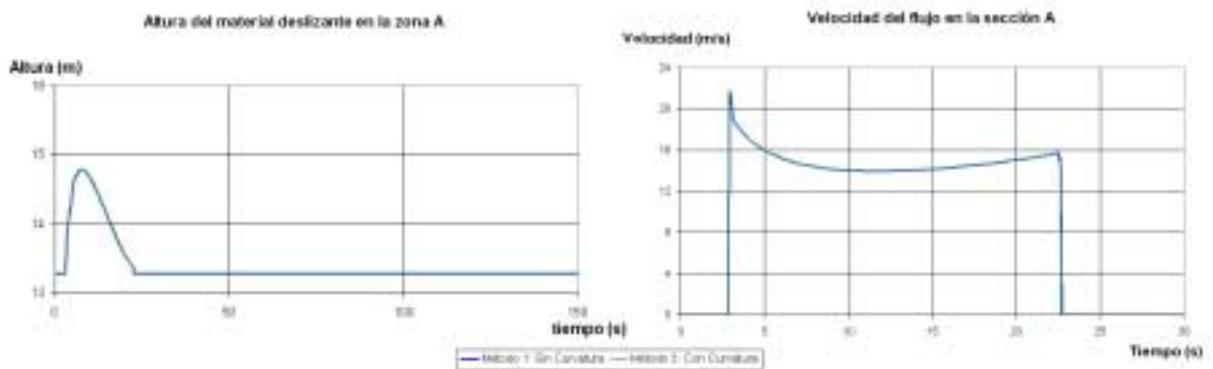


Figura 3: Evolución del flujo: profundidad y velocidad en la sección A

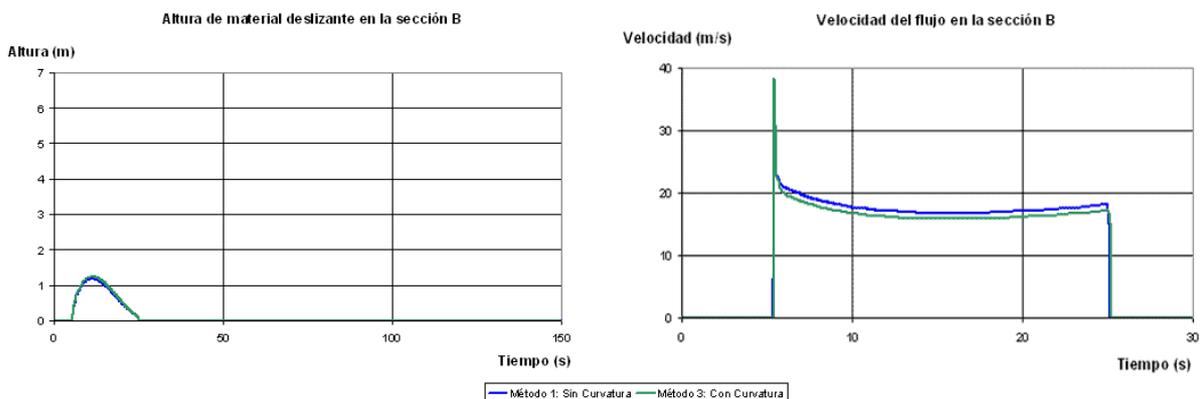


Figura 4: Evolución del flujo: profundidad y velocidad en la sección B

Sin embargo, existe una diferencia significativa en la profundidad del flujo calculada en la sección C, Figura 5. El valor máximo así como la evolución son diferentes. Además, la distancia de parada de la parte trasera del material es de 206 m si se consideran los efectos de la curvatura y de 212.5 m si se ignoran. Finalmente hay otro efecto en las dimensiones del material: la longitud de la masa es 4.5 m mayor cuando se ignoran los efectos de la curvatura mientras que su altura, en consecuencia, disminuye.

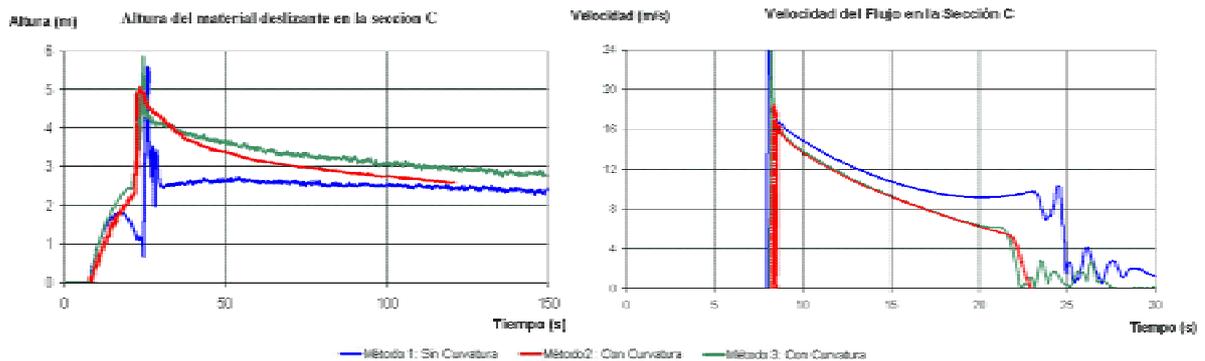


Figura 5: Evolución del flujo: profundidad y velocidad en la sección C

En la sección de control C, tal y como se esperaba de la historia de la profundidad, la evolución de las velocidades del flujo son también bastante diferentes, Figura 4. Estos efectos se atribuyen al mayor rozamiento en el fondo en la sección de arco debido a la curvatura, la fuerza centrífuga, que aumenta la tensión normal en el fondo y, por tanto, a la pérdida de energía debido al aumento de la fricción de Coulomb. Los resultados obtenidos con los métodos 2 y 3 son bastante similares.

## 6.2 Flujo deslizante de Aberfan (1966)

Una de las principales dificultades que surgen al modelizar el flujo deslizante de Aberfan es el papel de las presiones intersticiales. Los residuos de carbón del talud que deslizó eran un material compuesto por una fase sólida, otra líquida y otra gaseosa, con una fuerte interacción entre ellas. Sin embargo, no se han utilizado hasta ahora modelos escritos en términos de tensiones efectivas, presiones intersticiales, y velocidades de los constituyentes debido al problema del movimiento de las interfases descritas más arriba. Los modelos integrados en profundidad pueden proporcionar suficiente información acerca de la distancia de propagación, trayectorias y velocidades, que es normalmente suficiente para el diseño de estructuras de contención. El principal inconveniente de los modelos integrados en profundidad se debe al hecho de que el fluido intersticial y las partículas sólidas se modelizan como un material de una sola fase, con propiedades fijas que no varían en el tiempo. Este es el motivo por el que el flujo deslizante de Aberfan ha sido modelizado suponiendo una reología de Bingham para los residuos. Por ejemplo, Jeyapalan y colaboradores<sup>8</sup> y Jin y Fread<sup>9</sup> obtuvieron resultados que se adaptaban bien a las observaciones eligiendo  $\tau_y = 4794 \text{ Pa.}$ ,  $\mu =$

958 Pa.s y  $\rho = 1760 \text{ Kg/m}^3$ . Aunque los resultados eran buenos, hay que hacer notar que el material compuesto por residuos de carbón no estaba completamente saturado, tratándose por tanto de un material friccional. Por supuesto, el ángulo de fricción aparente era mucho menor que el efectivo, pero la consolidación vertical podría haberlo hecho cambiar durante la fase de propagación. Hutchinson<sup>7</sup> propuso un modelo simple de deslizamiento-consolidación en el que estaba claro que la combinación de la fricción con las presiones intersticiales en el fondo podía proporcionar resultados bastante precisos de distancia recorrida y velocidades.

Se comparará aquí el método propuesto en este trabajo con el análisis simplificado introducido por Pastor y colaboradores<sup>11</sup>. Dicho método simplificado consiste en la suposición de que existe una capa de suelo saturado de espesor  $h_s$  en la parte inferior del material que desliza<sup>7</sup>. La disminución de las presiones intersticiales se debe a la consolidación vertical de esta capa. Las presiones intersticiales en la parte superior e inferior de esta capa pueden estimarse bien a partir de los valores de las tensiones verticales o bien obtenerlas directamente a partir de los resultados de los cálculos con elementos finitos.

Suponiendo que el exceso de presión intersticial evoluciona como sigue:

$$p_w(x_3, t) = N(x_3) \bar{p}_w(t) \quad (37)$$

es posible obtener un solución de la ecuación de consolidación. En el caso de

$$N(x_3) = \sin\left(\frac{\pi x_3}{2 h_s}\right) \quad (38)$$

la solución es

$$\bar{p}_w(t) = \bar{p}_w^0 \exp\left(-\frac{t}{T_v}\right) \quad (39)$$

donde

$$T_v = \frac{4h_s^2}{\pi^2 c_v} \quad (40)$$

y  $c_v$  es el coeficiente de consolidación. Finalmente

$$p_w(x_3, t) = \bar{p}_w^0 N(x_3) \exp\left(-\frac{t}{T_v}\right) \quad (41)$$

El coeficiente  $r_u$  puede estimarse como

$$r_u = r_u^0 \exp\left(\frac{-t}{T_v}\right) \quad (42)$$

En las ecuaciones anteriores se han utilizado “presiones intersticiales” en lugar de “presiones intersticiales de agua”. La razón es que los materiales secos o parcialmente saturados pueden colapsar generando altas presiones de aire en sus poros, lo cual causa un

efecto similar.

La información disponible en la literatura no proporciona suficiente información para llevar a cabo un análisis realista en dos dimensiones del deslizamiento de Aberfan. Por lo tanto, se ha hecho uso de un modelo sencillo en una dimensión a partir de los perfiles de terreno dados por Jeyapalan et al.<sup>8</sup>. El principal propósito de este ejemplo es demostrar que un modelo integrado en profundidad que tenga en cuenta la disipación de las presiones intersticiales puede reproducir el comportamiento básico observado.

La densidad de la mezcla y el ángulo de fricción se han tomado como  $1740 \text{ Kg/m}^3$  y  $36^\circ$  respectivamente. El tiempo de consolidación  $T_v$  ha sido estimado a partir del rango de valores propuesto por Hutchinson<sup>7</sup> para una capa saturada licuada de espesor  $h_s=0.1 \text{ m}$ , mientras que el coeficiente de consolidación  $c_v$  se ha tomado como  $c_v=6.4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ . Suponiendo (40), se llega a  $T_v=64 \text{ s}$ . El valor inicial del coeficiente de presión intersticial  $r_u^0$  se ha tomado como 0.78.

Los resultados obtenidos en la simulación se dan en la Figura 6 donde se muestran secciones de la superficie libre del deslizamiento para los tiempos 0, 5, 10, 20 y 60 s. A la izquierda se muestran los resultados obtenidos con el modelo simplificado. La columna de la derecha corresponde al método propuesto en este artículo. Las características básicas del flujo que se obtienen con la simulación (distancia de propagación  $\approx 600 \text{ m}$ , tiempo de detención  $\approx 40 \text{ s}$  y velocidad media  $15 \text{ m/s}$ ) coinciden razonablemente bien con aquellas encontradas en la literatura.

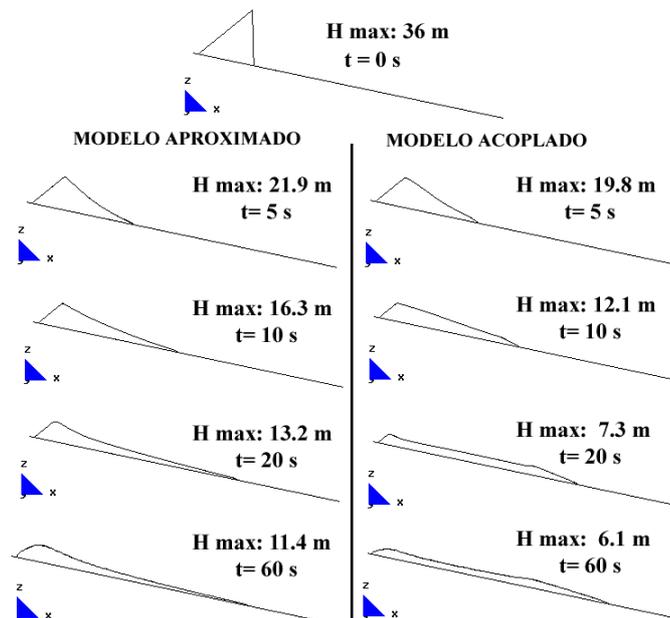


Figura 6: Secciones verticales del flujo deslizante de Aberfan en diferentes tiempos: (i) Izquierda, con una aproximación simple para la consolidación, (ii) Derecha, método mejorado

La Figura 7 muestra la posición del frente en función del tiempo. Las diferencias entre ambas aproximaciones son pequeñas y afectan sólo al perfil. Puede observarse como la profundidad alcanzada en el frente es mayor cuando se trata del método mejorado, esto es, transportando las presiones intersticiales.

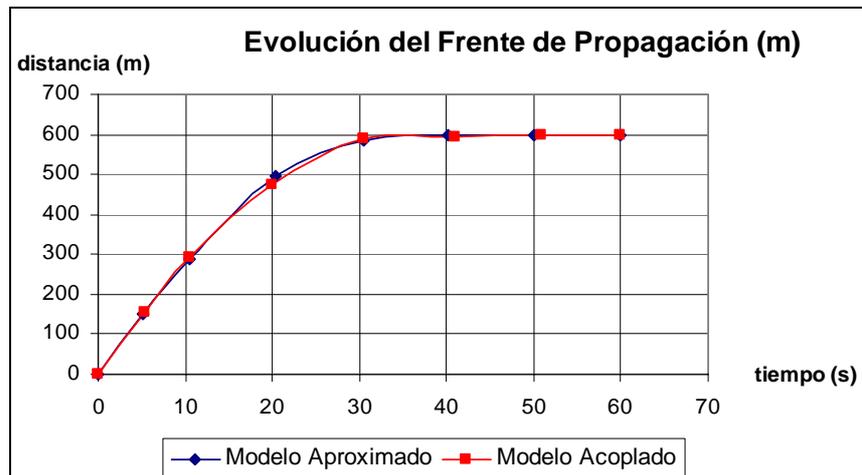


Figura 7: Posición del frente en función del tiempo

## 7 CONCLUSIONES

El movimiento de deslizamientos rápidos puede descomponerse –bajo ciertas hipótesis- en propagación ladera abajo y consolidación vertical. El modelo puede integrarse en profundidad si el deslizamiento es poco profundo, dando lugar a un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden que pueden discretizarse haciendo uso del esquema de elementos finitos de Taylor-Galerkin. El modelo puede utilizarse para un amplio rango de deslizamientos rápidos como pueden ser avalanchas granulares, flujos de lodos y flujos deslizantes, en los que la consolidación juega un papel primordial.

## 8 AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer la ayuda económica prestada por la Agencia Española de Cooperación Internacional (AECI) y por la Unión Europea (proyectos DIGA y LAME).

## 9 REFERENCIAS

- [1] M.A Biot, “General theory of three-dimensional consolidation”, *J.Appl.Phys.*, **12**: 155-164, (1941).
- [2] M.A. Biot, “Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid”, *J.Appl.Phys.*, **26**: 182-185, (1955).
- [3] O. Coussy, *Mechanics of Porous Media*, John Wiley and Sons, Chichester, (1995).

- [4] R. Dikau, D. Brundsen, L. Schrott, M.L. Ibsen, *Landslide Recognition*, John Wiley and Sons, (1996).
- [5] T.R. Davies, A.M. Deganutti, M.J. McSaveney, "A high stress rheometer for fragmenting rock", in L.Picarelli (Ed.), *Proceedings of the Int.Conf. Fast Slope Movements. Prediction and prevention for risk mitigation*, 139-142, Pátron editore, Bologna, (2003).
- [6] O. Hungr, "A model for the runout analysis of rapid flow slides, debris flows and avalanches", *Can.Geotech.J.*, **32**: 610-623, (1995).
- [7] J.N. Hutchinson, "Undrained loading, a fundamental mechanism of mudflows and other mass movements", *Canadian Geotech. J.*, **23**: 115-126, (1986).
- [8] J.K. Jeyapalan, J.M. Duncan, H.B. Seed, "Investigation of flow failures of tailing dams", *Journ. Geotech. Engng.*, **109**: 172-189, (1983).
- [9] M. Jin, D.L. Fread, "One-dimensional routing of mud/debris flows using NWS FLDWAV model", *Debris-flow hazards mitigation: Mechanics, prediction and assessment (ed. C.L. Chen)* 687-696, New York, ASCE, (1997).
- [10] R.L. Lewis, B.A. Schrefler, *The Finite Element Method in the Static and Dynamic Deformation and Consolidation of Porous Media*, J.Wiley and Sons, (1998).
- [11] M. Pastor, M. Quecedo, J.A. Fernandez Merodo, M.I. Herreros, E. González, P. Mira, "Modelling tailing dams and mine waste dumps failures", *Geotechnique* **52** No.8: 579-591, (2002).
- [12] J. Peraire, *A Finite Element Method for Convection Dominated Flows*, Ph.D. Thesis, University of Wales, Swansea, (1986).
- [13] M. Quecedo, M. Pastor, M.I. Herreros, J.A. Fernandez Merodo, "Modelización numerica de la propagación de deslizamientos rápidos usando el método de los elementos finitos. Primera parte: modelo matemático y modelo numérico", *Revista de Ingeniería Civil*, nº **130**: 65-78, (2003).
- [14] S.B. Savage, K. Hutter, *The dynamics of avalanches of granular materials from initiation to runout. Part I: Analysis*, *Acta Mechanica* **86**, pp 201-223, (1991).
- [15] O.C. Zienkiewicz, C.T. Chang, P. Bettess, "Drained, undrained, consolidating dynamic behaviour assumptions in soils", *Geotechnique* **30**: 385-395, (1980).
- [16] O.C. Zienkiewicz, A.H.C. Chan, M. Pastor, D.K. Paul, T. Shiomi, "Static and dynamic behaviour of soils: a rational approach to quantitative solutions", *I. Fully saturated problems Proc.R.Soc.Lond. A* **429**: 285-309, (1990).
- [17] O.C. Zienkiewicz, A.H.C. Chan, M. Pastor, B. Schrefler, T. Shiomi, *Computational Geomechanics*, J.Wiley and Sons, (2000).
- [18] O.C. Zienkiewicz, T. Shiomi, "Dynamic behaviour of saturated porous media: The generalised Biot formulation and its numerical solution", *Int.J.Num.Anal.Meth.Geomech.*, **8**: 71-96, (1984).
- [19] O.C. Zienkiewicz, Y.M. Xie, B.A. Schrefler, A. Ledesma, Bicanic, "Static and dynamic behaviour of soils: a rational approach to quantitative solutions", *II. Semi-saturated problems Proc.R.Soc.Lond. A* **429**: 311-321, (1990).