

MODELAGEM DO VOLUME CONTAMINADO DE DERIVADOS DE PETRÓLEO NA TRANSFERÊNCIA EM BATELADA VIA MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

João A. Aguirre Oliveira Jr. *, Sérgio Frey* e Felipe B. Rachid†

* Laboratório de Mecânica dos Fluidos Aplicada e Computacional (LAMAC)
Depto. de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)
Rua Sarmento Leite 425, 90050-170, Porto Alegre/RS, Brasil
e-mail: frey@mecanica.ufrgs.br, web page: <http://www.mecanica.ufrgs.br/lamac>

† Laboratório de Mecânica Teórica e Aplicada (LTMA)
Depto. de Engenharia Mecânica, Universidade Federal Fluminense (UFF)
Rua Passo da Pátria 146, 24210-240, Niterói/RJ, Brasil
e-mail: rachid@mec.uff.br

Palavras chave: elementos finitos, SUPG, transferência em batelada, engenharia de petróleo.

Resumo. *O transporte de diferentes produtos de petróleo ou diferentes graduações de um mesmo produto através de longos dutos é realizada pela batelada destes produtos em continua sucessão; tanto empregando-se separadores mecânicos (usualmente “pigs”) entre os produtos quanto simplesmente deixando-os misturarem-se em interfaces de batelada. Essa zona misturada implica sempre em custos adicionais devido à necessidade de reproprocessamento dos produtos, logo deve ser minimizada. Tanto a ordem dos fluidos quanto acidentes na linha de transporte contribuem para um aumento desse volume contaminado. Acidentes tais como expansões ou contrações no diâmetro aparecem em junções ou obstruções ao longo do poliduto. Obstruções na linha podem ser evitadas através de um eficiente programa de manutenção; entretanto expansões ou contrações na linha são algumas vezes necessárias devido a requerimentos de projeto. A minimização desse tipo de inconveniente é um item relevante no projeto de poliduto. No presente trabalho é simulada a transferência em batelada de derivados de petróleo através de um poliduto com expansões através do método de elementos finitos utilizando-se a aproximação chamada Streamline Upwind/Petrov-Galerkin (SUPG). O tema principal é computar, via simulação numérica, a contribuição do acidente na interface de contaminação para dois produtos de petróleo considerados fluidos newtonianos, incompressíveis num escoamento laminar axissimétrico.*

1 INTRODUÇÃO

A transferência de derivados de petróleo em batelada é uma prática bastante difundida no transporte destes até os pontos de distribuição e utilização, esta transferência consiste no bombeamento seqüencial de diferentes derivados de petróleo, ou diferentes gradações do mesmo derivado em contínua sucessão, através de longos polidutos (assim chamados porque transportam diferentes fluidos) de petróleo com ou sem o uso de separadores mecânicos (*pigs* ou *scrapers*).

O uso de separadores mecânicos evita o contato entre os subprodutos do petróleo e ainda tem funções de manutenção, como por exemplo de limpeza da tubulação. Porém algumas vezes sua aplicação é extremamente inconveniente. Isso ocorre quando estão presentes na linha estações ou subestações de bombeamento ou ainda quando existem acidentes como expansões e contrações na bitola dos dutos, devido as complicadas operações de colocação e retirada do equipamento nesses pontos.

Quando a transferência em batelada é realizada sem o uso desses separadores ocorre a formação de uma mistura na superfície de contato entre os dois fluidos, que, por efeitos difusivos e advectivos se contaminam nessa região. Forma-se então um volume de mistura com alteração das características dos derivados. Essa quantidade misturada deve ser separada e transportada novamente à refinaria para ser reprocessada, o que implica num aumento do custo do produto final.

Esse efeito de contaminação é agravado pela presença de acidentes na linha, expansões ou contrações que podem ser tanto da própria tubulação (mudança de bitola) quanto por efeito de obstruções devido a acúmulos na linha. Os efeitos de sujeira na linha podem ser minimizados com um bom programa de manutenção, mas algumas vezes, devido à necessidades de projeto alterações na bitola dos dutos são inevitáveis, assim faz-se necessário um estudo dos efeitos desses elementos na contaminação dos derivados.

Com o grande avanço nos métodos de CFD (Computational Fluid Dynamics) bem como o desenvolvimento cada vez mais rápido de computadores, a simulação de grandes dutos como as linhas de petróleo torna-se cada vez mais viável. Assim é possível uma análise do processo visando minimizar o efeito de mistura e de otimização do projeto dos polidutos para reduzir a formação do volume contaminado diminuindo assim os custos de toda a operação. Com base nisso, neste trabalho é feito um estudo no problema de transferência de massa e uma análise de uma operação de transporte em batelada em um duto com uma expansão, dando início a um trabalho que objetiva a elaboração de uma correlação de engenharia para prever (calcular) o volume contaminado no processo de transporte levando em consideração fatores do escoamento (número de Reynolds), dos fluidos transportados (número de Schmidt), da geometria da tubulação e acidentes (razão de aspecto) entre outros.

É realizada então uma simulação numérica baseada no método de elementos finitos utilizando uma formulação estabilizada SUPG (Streamline Upwind/Petrov-Galerkin) do processo de transferência em batelada de dois derivados de petróleo supostos fluidos newtonianos, num escoamento laminar incompressível e axissimétrico.

2 MODELAGEM MECÂNICA

O objetivo dessa modelagem é a simulação numérica do fenômeno da mistura num escoamento multicomponente para análise do fenômeno e da influência da geometria da tubulação no mesmo, visando uma melhor aproximação ao modelo mecânico mostrado no esquema da fig.(1).

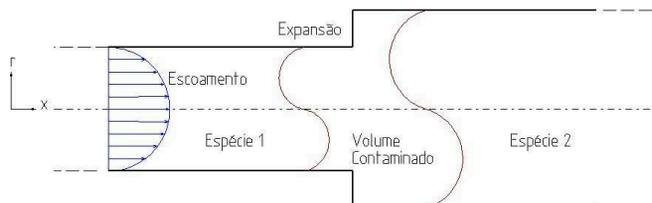


Figura 1. Esquema do problema a ser modelado.

2.1 Hipóteses simplificativas

Para a modelagem do problema são adotados os conceitos da Mecânica do Contínuo⁷ com algumas hipóteses simplificativas, dentre estas as mais significativas são: fluido incompressível, newtoniano, domínio bidimensional axissimétrico, propriedades físicas constantes. Para o cálculo da transferência de momentum será considerado um único elemento, chamado *bulk*, ou principal, com propriedades físicas constantes ao longo de todo o domínio que representa a mistura. Isto significa que faz-se também a hipótese de que os fluidos têm propriedades bastante semelhantes, de forma que ao se misturarem, não irão alterar em muito as características do escoamento. Isto permite o cálculo não acoplado do campo de velocidades estacionário, através das equações de balanço de momentum e massa. Posteriormente calcula-se o campo de frações mássicas através do campo advectivo conhecido num regime transiente para acompanhar-se no tempo o desenvolvimento da frente de mistura.

2.2 Balanço de massa e de momentum da mistura

O balanço de massa para o sistema é obtido através da aplicação do teorema do transporte de Reynolds⁸ para a massa específica do fluido *bulk* ρ ; de onde se extrai a equação da continuidade⁷:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

onde \mathbf{u} é o campo vetorial velocidade e o operador $D(\cdot)/Dt$ denota a derivada material⁷.

Para um material incompressível, o movimento é chamado isocórico⁷, e a equação da continuidade resume-se então a:

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

Configurando a primeira equação do sistema a ser resolvido para solução do campo de velocidade do fluido principal.

A segunda equação é obtida fazendo-se um balanço de momentum em um volume de controle como dado pela Primeira Lei de Euler⁸, de onde chega-se a:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m} \rho \mathbf{u} dV = \int_{S_m} \mathbf{t} dS + \int_{V_m} \rho \mathbf{f} dV \quad (3)$$

onde \mathbf{f} é o campo de forças mútuas (desprezíveis) e externas (como o campo gravitacional) por unidade de massa⁷ e \mathbf{t} o vetor tensão por unidade de área (forças de contato).

Agora define-se o tensor \mathbf{T} como $\mathbf{T} = T_{ij} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j$, na base tensorial $\mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j$, onde cada componente T_{ij} é o i -ésimo componente do vetor tensão agindo no lado positivo do plano $x_j = \text{constante}$. Aplicando-se, então o teorema de Cauchy, que diz que $\mathbf{t} = \mathbf{T}\mathbf{n}$, com $\mathbf{T} = \mathbf{T}^T$. O balanço de momentum da fica assim escrito na forma:

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \text{div } \mathbf{T} + \rho \mathbf{f} \quad (4)$$

Neste ponto é necessário modelar o tensor \mathbf{T} , para tanto são utilizadas equações constitutivas, que relacionam as tensões com o movimento do fluido (deformação). Esses movimentos representam a parte simétrica do tensor $\nabla \mathbf{u}$, chamada de tensor taxa de deformação \mathbf{D} . Para um fluido newtoniano, a equação constitutiva é dada por⁹:

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{D} \quad (5)$$

onde p é a pressão e μ a viscosidade do fluido.

Definindo-se a parte viscosa do tensor tensão⁷ como $\mathbf{S} = \mathbf{T} + p\mathbf{I}$, rescrevendo-se a primeira lei de Cauchy:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\nabla \mathbf{u})\mathbf{u} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \frac{1}{\rho} \text{div } \mathbf{S} + \mathbf{f} \quad (6)$$

2.3 Balanço de massa para as espécies

Como já discutido para a solução do problema do campo de velocidades foi utilizada a hipótese de que a mistura formada pelos dois derivados não difere muito de cada um em separado, assim para a formulação do balanço de massa para as espécies, as propriedades e velocidade do fluido *bulk* são consideradas como médias ponderadas das densidades mássicas das espécies $\rho_{(i)}$, na forma:

$$\rho = \sum_{i=1}^n \rho_{(i)}; \quad \mathbf{u} = \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^n \rho_{(i)} \mathbf{u}_{(i)}; \quad \omega_{(i)} = \frac{\rho_{(i)}}{\rho} \quad (7)$$

onde $\omega_{(i)}$ é a fração mássica da espécie i ⁷.

Aplicando agora o teorema de transporte de Reynolds sobre um balanço de massa de uma espécie⁷ e da definição de vetor fluxo de massa:

$$\mathbf{j}_{(i)} = \rho_{(i)} (\mathbf{u}_{(i)} - \mathbf{u}) \quad (8)$$

onde $\mathbf{u}_{(i)}$ é a velocidade de uma espécie e \mathbf{u} a velocidade⁷ do fluido bulk. O vetor $\mathbf{j}_{(i)}$ pode ser modelado através de uma equação constitutiva, como a Lei de Fick para difusão⁷, dada por:

$$\mathbf{j}_{(i)} = \rho D_{ij} \nabla \omega_{(i)} \quad (9)$$

onde D_{ij} é o coeficiente de difusão binária entre as espécies i e j .

Para o balanço de massa de uma espécie temos então:

$$\rho \frac{D\omega_{(i)}}{Dt} + \text{div } \mathbf{j}_{(i)} - r_{(i)} = 0 \quad (10)$$

onde $r_{(i)}$ é a taxa de geração da espécie i por unidade de volume.

A equação final, obtida pela aplicação da eq.(9) na eq.(10) fica dada por:

$$\frac{D\rho\omega_{(i)}}{Dt} + \text{div}(\nabla\rho D_{ij}\omega_{(i)}) - r_{(i)} = 0 \quad (11)$$

2.4 Formulação forte

A formulação forte do problema é dada pelas eqs. (1), (6) e (11), mais as condições de contorno: não deslizamento nas paredes, frações mássicas prescritas na entrada, tração e fluxo mássico livres na saída, e as condições iniciais de fração mássica em $t=0$. O domínio do problema é chamado de Ω , e as fronteiras do sistema de Γ , contendo Γ_h e Γ_g , definidas como as porções de Γ onde ocorrem as condições de contorno naturais e essenciais, respectivamente.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\nabla \mathbf{u}) \mathbf{u} + \frac{\nabla p}{\rho} - \frac{1}{\rho} \text{div } \mathbf{S} - \mathbf{f} &= 0 && \text{em } \Omega \\ \text{div } \mathbf{u} &= 0 && \text{em } \Omega \\ \frac{\partial \omega_{(i)}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega_{(i)} - D_{ij} \text{div}(\nabla \omega_{(i)}) - R_{(i)} &= 0 && \text{em } \Omega \\ \mathbf{u} &= \mathbf{u}_g && \text{sobre } \Gamma_g \\ \omega_{(i)} &= \omega_{(i)g} && \text{sobre } \Gamma_g \\ [-p\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{D}] \mathbf{n} &= \mathbf{T}_h && \text{sobre } \Gamma_h \\ [\rho D_{ij} \nabla \omega_{(i)}] \cdot \mathbf{n} &= j_{(i)h} && \text{sobre } \Gamma_h \\ \omega_{(i)} &= \omega_{(i=0)} && \text{em } \Omega \end{aligned} \quad (12)$$

3 MODELAGEM DE ELEMENTOS FINITOS

Para a modelagem de elementos finitos são utilizados os subespaços \mathbf{V}_h , P_h^2 e W_h^3 , definidos como:

$$\mathbf{V}_h = \{ \mathbf{v} \in H_0^1(\Omega)^N \mid \mathbf{v}|_K \in R_k(K)^N, K \in \mathcal{C}_h \} \quad (13)$$

$$P_h = \{ p \in C_h^0(\Omega) \cap L_0^2(\Omega) \mid p|_K \in R_l(K), K \in \mathcal{C}_h \} \quad (14)$$

$$W_h = \{ w \in H_0^1(0) \mid w|_K \in R_k(K), K \in \mathcal{C}_h \} \quad (15)$$

onde $L^2(\Omega)$ define o espaço de funções quadrado-integráveis sobre Ω , $L_0^2(\Omega)$ o espaço de funções quadrado-integráveis com média igual a zero sobre Ω , $H^1(\Omega)$ o espaço de Sobolev de funções e primeiras derivadas quadrado-integráveis sobre Ω e $H_0^1(\Omega)$ o espaço de Sobolev de funções e primeiras derivadas quadrado-integráveis Ω que se tornam zero em Γ_g .

A aproximação de Galerkin para o sistema dá um esquema do tipo:

Encontrar a tripla $(\mathbf{u}_h, p_h, \omega_{(i)h}) \in \mathbf{V}_h \times P_h \times W_h$ tal que

$$B(\mathbf{u}_h, p_h, \omega_{(i)h}; \mathbf{v}, q, w) = F(\mathbf{v}, q, w), \quad (\mathbf{v}, q, w) \in \mathbf{V}_h \times P_h \times W_h \quad (16)$$

onde

$$\begin{aligned} B(\mathbf{u}_h, p_h, \omega_{(i)h}; \mathbf{v}, q, w) = & \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + [\nabla \mathbf{u}] \mathbf{u}, \mathbf{v} \right) + (2\nu \mathbf{D}(\mathbf{u}), \mathbf{D}(\mathbf{v})) - (\nabla \cdot \mathbf{v}, p) - (\nabla \cdot \mathbf{u}, q) \\ & + \left(\frac{\partial \omega_{(i)}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega_{(i)}, w \right) + (D_{ij} \nabla \omega_{(i)}, \nabla w) \end{aligned} \quad (17)$$

e

$$F(\mathbf{v}, q, w) = (\mathbf{f}, \mathbf{v}) + (\mathbf{T}_h, \mathbf{v})_{\Gamma_h} + (R_{(i)}, w) + (w, j_{(i)h})_{\Gamma_h} \quad (18)$$

3.1 Formulação SUPG

A formulação SUPG completa para o problema fica:

Achar a tripla $(\mathbf{u}_h, p_h, \omega_{(i)h}) \in \mathbf{V}_h \times P_h \times W_h$ tal que:

$$B(\mathbf{u}_h, p_h, \omega_{(i)h}; \mathbf{v}, q, w) = F(\mathbf{v}, q, w), \quad (\mathbf{v}, q, w) \in \mathbf{V}_h \times P_h \times W_h \quad (19)$$

onde

$$\begin{aligned}
 B(\mathbf{u}_h, p_h, \omega_{(i)h}; \mathbf{v}, q, w) = & \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + [\nabla \mathbf{u}] \mathbf{u}, \mathbf{v} \right) + (2\nu \mathbf{D}(\mathbf{u}), \mathbf{D}(\mathbf{v})) - (\nabla \cdot \mathbf{v}, p) - (\nabla \cdot \mathbf{u}, q) \\
 & + \left(\frac{\partial \omega_{(i)}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega_{(i)}, w \right) + (D_{ij} \nabla \omega_{(i)}, \nabla w) \\
 & + \sum_{K \in C_h} \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + [\nabla \mathbf{u}] \mathbf{u} + \nabla p - 2\nu \nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{u}), \tau(\text{Re}_K)([\nabla \mathbf{v}] \mathbf{v} - \nabla q) \right)_K \\
 & + \sum_{K \in C_h} \left(\frac{\partial \omega_{(i)}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega_{(i)} - D_{ij} \Delta \omega_{(i)}, \alpha(\text{Pe}_K^m) \mathbf{u} \cdot \nabla w \right)_K
 \end{aligned} \tag{20}$$

e

$$\begin{aligned}
 F(\mathbf{v}, q, w) = & (\mathbf{f}, \mathbf{v}) + (\mathbf{T}_h, \mathbf{v})_{\Gamma_h} + (R_{(i)}, w) + (j_{(i)h}, w)_{\Gamma_h} \\
 & + \sum_{K \in C_h} (\mathbf{f}, \tau(\text{Re}_K)([\nabla \mathbf{v}] \mathbf{v} - \nabla q))_K + \sum_{K \in C_h} (R_{(i)}, \alpha(\text{Pe}_K^m) \mathbf{u} \cdot \nabla w)_K
 \end{aligned} \tag{21}$$

O parâmetro de estabilidade para a o problema de pressão e velocidade, $\tau(\text{Re}_K)$, depende do número de Reynolds do elemento, Re_K , e é definido como em Franca and Frey³.

4 RESULTADOS NUMÉRICOS

Os resultados numéricos obtidos para o problema foram gerados em uma estação de processamento do Centro Nacional de Supercomputação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, utilizando-se o código comercial ANSYS versão 5.7. Como previamente discutido, o campo de velocidades foi calculado em separado devido às hipóteses simplificativas, principalmente a de que a mistura não altera as características do escoamento podendo este então ser considerado em regime permanente. Utilizou-se então essa solução para resolver-se o problema do campo de frações mássicas em regime transiente.

O modelo aproximado é mostrado na fig.(2), esta geometria foi aproximada pela malha computacional de elementos finitos mostrada na fig.(3), com um total de 14000 elementos bilineares Q1 (num total de 15017 nós) para a qual foi resolvido o problema da transferência de momentum utilizando-se a formulação de elementos finitos SUPG e com o campo de velocidades definido para esses nós resolveu-se o problema da transferência de massa.

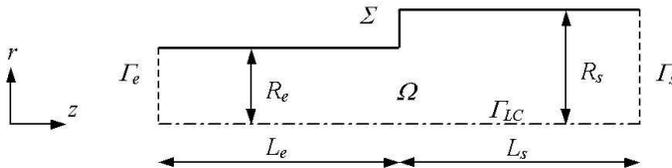


Figura 2. Esquema do problema modelado numericamente.

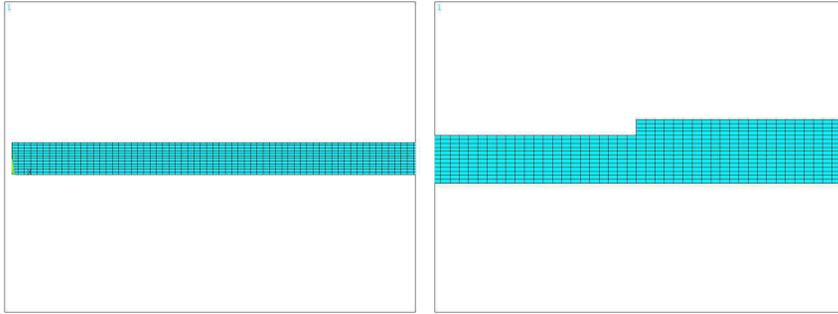


Figura 3. Detalhes da malha computacional utilizada.

As condições de contorno impostas no problema da transferência de momentum foram:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{u}(r, z) &= 0 && \text{em } \Sigma \\
 \mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_z &= 0 && \text{em } \Gamma_{LC} \\
 \mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_z &= v_m \left(1 - \left(\frac{r}{R_e} \right)^2 \right) \text{ e } \mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_r = 0 && \text{em } \Gamma_e
 \end{aligned} \tag{22}$$

sendo $\mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_z$ e $\mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_r$ as componentes do vetor velocidade nas direções axiais (z) e radiais (r) e v_m a velocidade máxima de entrada no escoamento, ou seja, a velocidade na linha de centro do perfil de entrada. Para o problema de transferência de massa foram utilizadas as seguintes condições:

$$\omega_1(r, z, t = 0) = 1 \quad \text{em } \Omega \tag{23}$$

o que implica em:

$$\omega_2(r, z, t = 0) = 0 \quad \text{em } \Omega \tag{24}$$

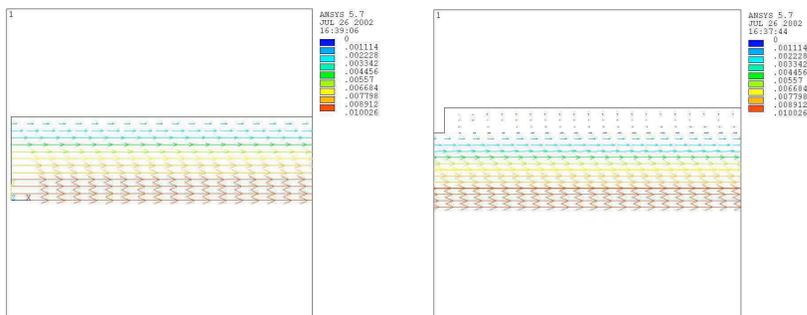
e

$$\omega_2(r, z = 0, t) = 1 \quad \text{em } \Gamma_e \text{ e para } t \geq 0 \tag{25}$$

Com os valores de $R_e=0.254\text{m}$, $R_s=0.3387\text{m}$, $L_e=L_s=25\text{m}$ e $v_m=0.01\text{m/s}$.

4.1 Resultados do campo de velocidades

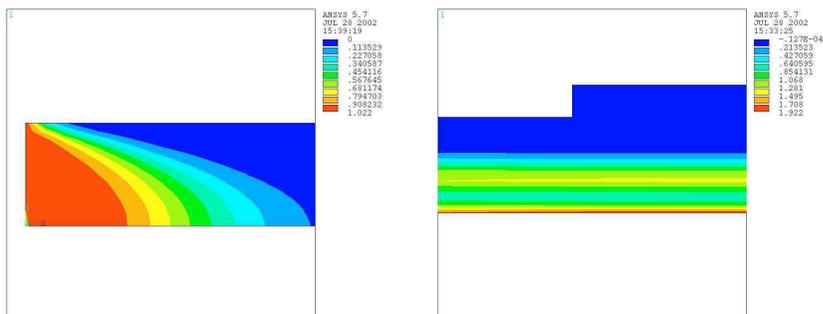
A fig.(4) mostra a seção de entrada do duto, o perfil de velocidades parabólico imposto na fronteira e o desenvolvimento deste para adaptação à malha computacional (sutil alteração no perfil parabólico imposto). A fig.(5) mostra o campo de velocidades na expansão, evidenciando a recirculação formada nesse ponto.



Figuras 4 e 5. Resultados para o campo de velocidades na seção de entrada (esquerda) e na expansão (direita).

4.2 Resultados do campo de fração mássica

Para a solução do problema de transferência de massa foram utilizadas duas etapas, na primeira foi utilizado o módulo de multiespécies do ANSYS diretamente, ou seja, a solução é calculada pela formulação estabilizada SUPG de elementos finitos, porém os resultados obtidos, como os mostrados nas figs.(6) e (7), apresentavam algumas oscilações numéricas evidenciadas pela presença de pontos com fração mássica das espécies fora do intervalo $0 \leq \omega_{(i)} \leq 1$.



Figuras 6 e 7. Resultados para o campo de frações mássicas na entrada (esquerda) e na expansão (direita).

Para resolver esse problema foi utilizada a opção de *capping* (capagem) que corta os valores do campo de fração mássica fora desse intervalo em cada passo do processo iterativo da solução, o que constitui a segunda etapa da solução. A solução para o desenvolvimento da frente de contaminação é mostrado na fig. (8).

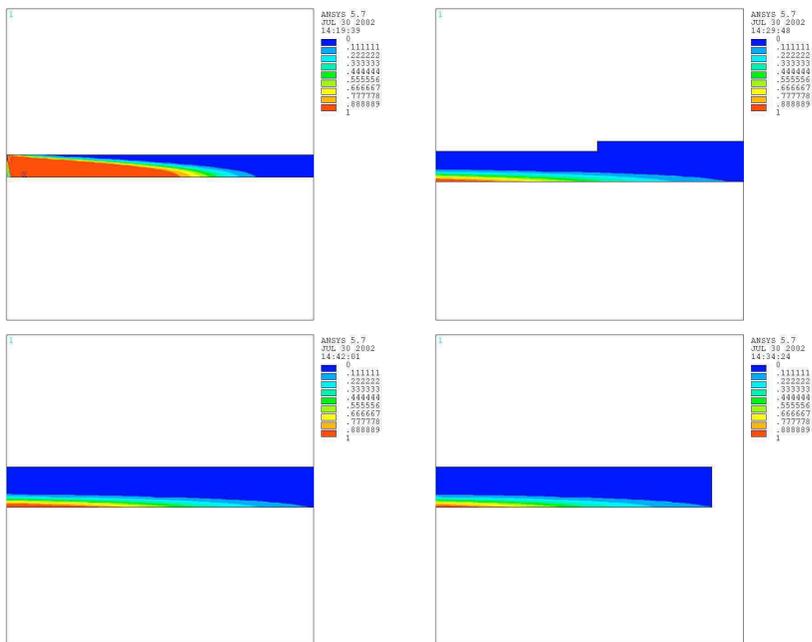


Figura 8.Desenvolvimento da frente de contaminação ao longo do duto.

A fig(9) mostra em detalhe o campo de frações mássicas na expansão para diferentes passos de tempo.

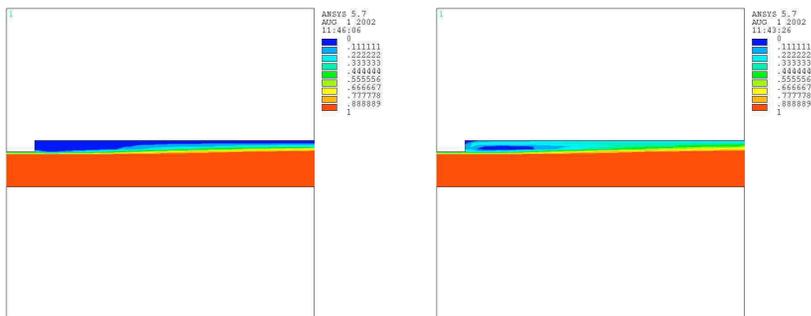


Figura 9. Detalhe do campo de fração mássica na expansão.

5 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Como pode-se observar, a frente de contaminação acompanha o perfil de velocidades parabólico mesmo após a expansão, onde o descolamento do escoamento forma a recirculação já evidenciada. É visível também que o volume misturado aumenta conforme a frente avança no duto.

Na recirculação ocorre um efeito de aprisionamento da mistura na recirculação, esse aprisionamento da mistura aumenta a contaminação dos derivados porque esse volume retido vai contaminando o fluido escoando por esse trecho após a passagem da frente de contaminação.

Como perspectivas para o problema podem ser programadas as simulações do problema considerando-se os efeitos turbulentos e das diferentes propriedades dos fluidos, afim de tornar mais realista a simulação e obter a correlação para a predição do volume contaminado e as opções para otimização do processo que são o objetivo desse projeto.

6 AGRADECIMENTOS

O autor Sérgio Frey agradece o apoio financeiro provido pela agência CNPq através do processo de nº 350747/93-8.

O autor João Américo Aguirre Oliveira Jr. agradece o apoio financeiro provido pela agência FAPERGS através do processo de nº 00515309.

7 REFERÊNCIAS

- [1] A.N. Brooks e T.J.R. Hughes, *Streamline Upwind/Petrov-Galerkin formulations for convective dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. Vol. 32, pp. 199-259 (1982).
- [2] L.P. Franca, S. Frey e S. e T.R.J. Hughes, *Stabilized finite element methods: I. Application to the advective-diffusive model*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol. 95, pp. 253-276 (1992).
- [3] L.P. Franca e S. Frey, *Stabilized finite element methods: II. The incompressible Navier-Stokes equations*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol. 99, pp. 209-233 (1992).
- [4] J. C. Slattery, *Advanced Transport Phenomena*, Cambridge University Press, U.S.A (1999).
- [5] F. B. Rachid, J.H.C. Araujo e R.M. Baptista, *Estimating mixing volumes between batches in multiproduct pipelines*, International Pipeline Conference, Calgary, Alberta, Canada (2000).
- [6] F. B. Rachid, J.H.C. Araujo e R.M. Baptista, *Interface contamination modeling in pipeline batch transfers*, ETCE/OMAE 2000 Joint Conference, New Orleans – LA, USA (2000).
- [7] J. C. Slattery, *Advanced Transport Phenomena*, Cambridge University Press, U.S.A (1999).
- [8] C. Truesdell e R.A. Toupin, *The classical field theories*, In. S. Flugge, Handbuch der Physik, Vol. 3/1, Berlin: Springer-Verlag (1960).
- [9] C. Truesdell e W. Noll, *The non-linear field theories of mechanics*, In. S. Flugge, Handbuch der Physik, Vol. 3/3, Berlin: Springer-Verlag (1965).