

## SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA AÇÃO DO VENTO SOBRE SEÇÕES DE PONTES SUSPENSAS

Alexandre L. Braun\* & Armando M. Awruch†

\* Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGEC)  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)  
Av. Osvaldo Aranha, 99 – 3º Andar, Porto Alegre/RS, Brasil, CEP: 90035-190  
e-mail: [allbraun@ig.com.br](mailto:allbraun@ig.com.br), web page: <http://www.cpgec.ufrgs.br>

† Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGEC) &  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PROMEC)  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)  
Av. Sarmiento Leite 425, Porto Alegre/RS, Brasil, CEP: 90050-170  
e-mail: [awruch@adufgrs.ufrgs.br](mailto:awruch@adufgrs.ufrgs.br), web page: <http://www.mecanica.ufrgs.br/promec>

**Key words:** Interação Fluido-Estrutura, Método dos Elementos Finitos (MEF), Simulação de Grandes Vórtices (“LES”), Aeroelasticidade, Aerodinâmica.

**Abstract.** *Este trabalho apresenta um modelo numérico para a análise aerodinâmica e aeroelástica de seções de ponte. O escoamento em torno de uma seção de ponte rígida, sem movimento, assim como o escoamento em torno de uma seção que possui deslocamentos verticais, horizontais e rotações devidas a efeitos de torção, são investigados para obter os coeficientes aerodinâmicos e o número de Strouhal. Procura-se também determinar a velocidade do vento que provoca o fenômeno de instabilidade dinâmica denominado “flutter”. Para a análise do escoamento bidimensional levemente compressível, utiliza-se um método explícito de dois passos com uma formulação Arbitrária Lagrangeana-Euleriana (ALE). A turbulência é simulada diretamente para as grandes escalas e com o modelo simples de Smagorinsky para as escalas menores que a resolução da malha utilizada. O método dos elementos finitos é empregado para a discretização espacial. A estrutura é considerada como um corpo rígido com restrições elásticas segundo as componentes de deslocamento horizontais e verticais e segundo a rotação torcional. O acoplamento entre o fluido e a estrutura é efetuado aplicando as condições de compatibilidade e de equilíbrio na interface. A análise dinâmica da estrutura é efetuada através do método clássico de Newmark.*

## 1 INTRODUÇÃO

Neste trabalho procura-se realizar, através de simulação numérica, alguns dos ensaios usualmente efetuados em túneis de vento para o estudo do comportamento aerodinâmico e aeroelástico de seções de pontes. A maneira habitual de colher informações com respeito aos referidos efeitos é lançar mão de ensaios representativos, em túneis de vento, simulando as condições naturais às quais a estrutura está submetida. No entanto, com os rápidos avanços na tecnologia dos computadores e na Dinâmica dos Fluidos Computacional (*DFC*), já é uma realidade a análise de muitos problemas deste tipo através de métodos numéricos.

Pontes de grande vão livre, do tipo suspensas, por exemplo, devem ser planejadas para suportar, em termos estáticos, as forças impostas pelo vento (calculados através dos coeficientes de arrasto, sustentação e momento aerodinâmico). Além disso, na medida em que tais estruturas apresentam rigidez e amortecimento relativamente baixos, podem estar sujeitas ao surgimento de fenômenos aeroelásticos, principalmente o drapajamento (também conhecido na literatura em inglês como “*flutter*”) e a excitação por desprendimento de vórtices (ou “*vortex shedding induced vibrations*”), para o qual é importante determinar o número de Strouhal. Neste trabalho será abordada apenas a primeira situação.

Para a análise do escoamento bidimensional levemente compressível, utiliza-se um método explícito de dois passos de Taylor-Galerkin com uma formulação Arbitrária Lagrangeana-Euleriana (*ALE*). A turbulência é simulada diretamente para as grandes escalas, sendo que o modelo simples de Smagorinsky é incluído para simular as escalas de turbulência menores que a da resolução da malha utilizada. O Método dos Elementos Finitos (*MEF*) é empregado para a discretização espacial. A estrutura é considerada como um corpo rígido com restrições elásticas segundo as componentes de deslocamento horizontais e verticais e segundo a rotação torcional. O acoplamento entre o fluido e a estrutura é efetuado aplicando as condições de compatibilidade e de equilíbrio na interface. A análise dinâmica da estrutura é efetuada através do método clássico de Newmark. Alguns exemplos são apresentados para mostrar as potencialidades do modelo proposto.

## 2 AS EQUAÇÕES QUE GOVERNAM O ESCOAMENTO

As equações que governam o problema e as correspondentes condições de contorno, considerando uma formulação de pseudo-compressibilidade num processo isotérmico, o modelo de Smagorinsky para escoamentos turbulentos e uma formulação Arbitrária Lagrangeana-Euleriana (*ALE*), são as seguintes:

a) Equações de conservação da quantidade de movimento:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + (v_j - w_j) \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} \delta_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (v + v_i) \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] = 0 \quad (i, j, k = 1, 2) \text{ em } \Omega \quad (1)$$

sendo  $v_i = (C_S \Delta)^2 (2S_{ij} S_{ij})^{1/2}$  com  $S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$  e  $\Delta = (\Delta_x \Delta_y)$ , onde  $\Delta_x$  e  $\Delta_y$  são as dimensões do elemento na direção dos eixos globais  $x$  e  $y$ , respectivamente.

**b) Equação da conservação de massa:**

$$\frac{\partial p}{\partial t} + (v_j - w_j) \frac{\partial p}{\partial x_j} + \rho c^2 \frac{\partial v_j}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{v_i}{b_i} \right) \frac{\partial p}{\partial x_j} = 0 \quad (j = 1, 2) \text{ em } \Omega \quad (2)$$

que é obtida considerando que  $\frac{\partial p}{\partial \rho} = c^2$ .

**c) Condições de contorno:**

$$v_i = w_i \quad (i = 1, 2) \text{ no contorno sólido } \Gamma_{v_s} \quad (3)$$

$$\tilde{v} = \tilde{v} \text{ no contorno } \Gamma_{v_a} \text{ ou } p = \tilde{p} \text{ no contorno } \Gamma_p \quad (4)$$

$$\left[ \frac{-p}{\rho} \delta_{ij} + (v + v_i) \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right] n_j = \frac{\tilde{t}_i}{\rho} = S_i \quad (i, j, k = 1, 2) \text{ em } \Gamma_\sigma \quad (5)$$

Nestas equações,  $v_i$  e  $p$  (que são, respectivamente, as componentes da velocidade e a pressão) são as incógnitas do problema. As viscosidades cinemática  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  e volumétrica

$\lambda = \frac{\chi}{\rho}$ , a massa específica  $\rho$  e a velocidade do som no meio em estudo  $c$ , são as propriedades

do fluido. A viscosidade turbulenta  $\nu_t = \frac{\mu_t}{\rho}$  depende dos gradientes das componentes da

velocidade filtrada, do tamanho do elemento e da constante de Smagorinsky  $C_S$ . Para uma descrição puramente Euleriana, a velocidade de movimento da malha, cujas componentes são  $w_i$ , é nula. Já para uma descrição puramente Lagrangeana, a velocidade de movimento da malha coincide com a do fluido, ou seja,  $v_i = w_i$  ( $i = 1, 2$ ). No caso de uma descrição Arbitrária Lagrangeana-Euleriana (ALE),  $\tilde{w} \neq 0$  e  $\tilde{w} = \tilde{v}$ , onde  $\tilde{w}$  e  $\tilde{v}$  são os vetores de velocidade de movimento da malha e do fluido, respectivamente.

Nos contornos  $\Gamma_{v_a}$  e  $\Gamma_p$ , valores prescritos  $\tilde{v}$  e  $\tilde{p}$ , respectivamente, devem ser especificados, enquanto que em  $\Gamma_\sigma$  as componentes da força de contorno  $\tilde{t}_i$  devem estar em equilíbrio com as componentes do tensor de tensões  $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij}$ . Na Eq. (5),  $n_j$  é o cosseno de direção que a normal a  $\Gamma_\sigma$  forma com o eixo coordenado  $x_j$ .

Todas estas equações devem ser acompanhadas pelas condições iniciais para as componentes da velocidade e para a pressão em  $t = 0$ .

### 3 O ALGORITMO PARA A ANÁLISE DO ESCOAMENTO

Expandindo em séries de Taylor, até os termos de segunda ordem, as equações que governam o problema (*Braun*<sup>1</sup>, 2002), os passos a seguir para a resolução do mesmo são os seguintes:

- 1) Calcular  $\tilde{v}_i^{n+1/2}$  através de:

$$\tilde{v}_i^{n+1/2} = v_i^n + \frac{\Delta t}{2} \left\{ -r_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} \delta_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \bar{v} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] + \left( \frac{\Delta t}{4} r_j r_k \right) \frac{\partial^2 v_i^n}{\partial x_j \partial x_k} \right\} \quad (6)$$

onde  $r_j = v_j - w_j$ .

- 2) Calcular  $p^{n+1/2}$  com:

$$p^{n+1/2} = p^n + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \left[ -r_j \frac{\partial p}{\partial x_j} - \rho c^2 \frac{\partial v_j}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{v_i}{b_i} \frac{\partial p}{\partial x_j} \right) \right]^n + \left( \frac{\Delta t}{4} r_i r_j \right) \frac{\partial^2 p^n}{\partial x_j \partial x_i} \right\} \quad (7)$$

- 3) Calcular  $\Delta p^{n+1/2} = p^{n+1/2} - p^n$ . (8)

- 4) Calcular  $v_i^{n+1/2}$  através de:

$$v_i^{n+1/2} = \tilde{v}_i^{n+1/2} - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t^2}{8} \frac{\partial \Delta p^{n+1/2}}{\partial x_i} \quad (9)$$

- 5) Calcular  $v_i^{n+1} = v_i^n + \Delta v_i$  com:

$$\Delta v_i = \Delta t \left\{ -r_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} \delta_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \bar{v} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \right\}^{n+1/2} \quad (10)$$

- 6) Calcular  $p^{n+1} = p^n + \Delta p$  com:

$$\Delta p = \Delta t \left\{ -r_j \frac{\partial p}{\partial x_j} - \rho c^2 \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{v_i}{b_i} \right) \frac{\partial p}{\partial x_j} \right] \right\}^{n+1/2} \quad (11)$$

Estas expressões devem ser empregadas depois de aplicar a técnica de Galerkin clássica no contexto do Método dos Elementos Finitos (*MEF*).

Como o esquema é explícito, resulta um sistema condicionalmente estável, sendo que a condição a ser satisfeita é:

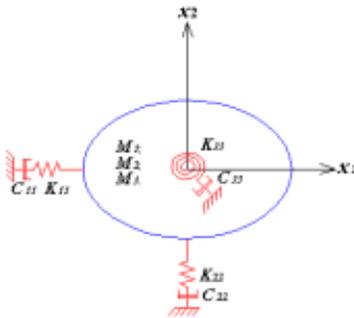
$$\Delta t_i < \alpha \frac{\Delta x_i}{c + v_i} \quad (i = 1, \dots, NTE) \quad (12)$$

onde  $\alpha$  (que é um real menor que a unidade) é um coeficiente de segurança,  $\Delta x_i$  e  $v_i$  são uma dimensão e uma velocidade características do elemento  $i$  e  $NTE$  é o número total de elementos.

Embora passos de tempo variáveis possam ser adotados (Teixeira & Awruch<sup>2</sup>, 2001), neste trabalho será adotado um único  $\Delta t$  para todo o processo e será o menor dos  $\Delta t_i$  obtidos na Eq. (12).

#### 4 A ESTRUTURA E SEU ACOPLAMENTO COM O FLUIDO

Neste trabalho, a estrutura é considerada como um corpo rígido bidimensional (ou seja, que sua forma permanece inalterada) e que pode ter deslocamentos e rotações no seu plano, restringidos por molas e amortecedores, como se indica na Figura 1.



Graus de liberdade da estrutura:  
 $u_1$ : deslocamento segundo o eixo  $x_1$   
 $u_2$ : deslocamento segundo o eixo  $x_2$   
 $\theta$ : rotação em torno do eixo  $x_3$  (normal ao plano formado pelos eixos  $x_1$  e  $x_2$ )

Figura 1: Modelo de estrutura, constituído por um corpo rígido restringido por molas e amortecedores translacionais e rotacional

A equação de equilíbrio dinâmico da estrutura vem dada pela seguinte expressão matricial:

$$\underset{\sim}{M}_{\sim E} \ddot{\underset{\sim}{U}}^c + \underset{\sim}{C}_{\sim E} \dot{\underset{\sim}{U}}^c + \underset{\sim}{K}_{\sim E} \underset{\sim}{U}^c = \underset{\sim}{Q}^c \quad (13)$$

sendo  $\underset{\sim}{M}_{\sim E}$  a matriz de massa,  $\underset{\sim}{C}_{\sim E}$  a matriz de amortecimento,  $\underset{\sim}{K}_{\sim E}$  a matriz de rigidez e  $\ddot{\underset{\sim}{U}}^c$ ,  $\dot{\underset{\sim}{U}}^c$  e  $\underset{\sim}{U}^c$  os vetores de aceleração, velocidade e deslocamentos generalizados, respectivamente. Finalmente,  $\underset{\sim}{Q}^c$  é o vetor de cargas.  $\underset{\sim}{M}_{\sim E}$ ,  $\underset{\sim}{C}_{\sim E}$  e  $\underset{\sim}{K}_{\sim E}$  são matrizes diagonais de

ordem 3x3; os três valores de cada propriedade, dados na Figura 1, são incluídos na diagonal principal da matriz correspondente.

O sub-índice  $E$  serve para identificar que se trata de matrizes da estrutura e o super-índice  $C$  indica que os valores correspondentes são tomados no centro de gravidade do corpo.

Convém observar que a hipótese de uma estrutura rígida, que pode deslocar-se e rotar, é adequada quando as deformações da seção transversal, representada na Figura 1, são muito pequenas frente à magnitude das componentes de deslocamento e da rotação.

Na interface sólido-fluido deve ser satisfeita a condição de compatibilidade, ou seja, deve cumprir-se que as velocidades do fluido e da estrutura sejam iguais nos nós comuns a ambos os meios. Isto pode ser representado da seguinte forma:

$$\underset{\sim}{\dot{U}}^I = \underset{\sim}{V}^I \Rightarrow \underset{\sim}{\dot{U}}^I = \underset{\sim}{L} \underset{\sim}{\dot{U}}^c \quad ; \quad \underset{\sim}{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -l_2 \\ 0 & 1 & l_1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

onde os sub-índices  $E$  e  $F$  referem-se à estrutura e ao fluido, respectivamente, e o super-índice  $I$  refere-se à interface. Deve ser lembrado que ambos os vetores  $\underset{\sim}{U}^I$  e  $\underset{\sim}{V}^I$  têm duas componentes, que correspondem às direções dos eixos globais. Entretanto,  $\underset{\sim}{\dot{U}}^c$  tem três componentes, já que inclui a rotação em torno de um eixo normal ao plano em estudo. Os valores de  $\underset{\sim}{\dot{U}}^c$  podem ser transladados à interface sólido-fluido, ou seja, a pontos do contorno da estrutura, através da matriz de translação  $\underset{\sim}{L}$ , dada em (14), onde  $l_1$  e  $l_2$  são as componentes da distância do centro de gravidade do corpo ao ponto em consideração, medida segundo os eixos globais.

Derivando (14) em relação ao tempo, obtém-se:

$$\underset{\sim}{\dot{U}}^I = \underset{\sim}{\dot{V}}^I = \underset{\sim}{L} \underset{\sim}{\dot{U}}^c + \underset{\sim}{L}'(\dot{\theta}) \underset{\sim}{\dot{U}}^c \quad \text{onde} \quad \underset{\sim}{L}'(\dot{\theta}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -l_1 \dot{\theta} \\ 0 & 0 & -l_2 \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (15)$$

As Eqs. (14) e (15) valem para cada nó da interface onde também deve ser satisfeita a condição de equilíbrio de forças, ou seja, que a força  $\underset{\sim}{S}$ , dada na Eq. (5), e que representa a ação da estrutura sobre o fluido, deve equilibrar-se com a força  $-\underset{\sim}{S}$ , exercida pelo fluido sobre a estrutura. Esta última pode transladar-se ao centro de gravidade do corpo usando a matriz de translação  $\underset{\sim}{L}$ , obtendo-se:

$$\underset{\sim}{Q}^c = - \int_{\Gamma_E} \underset{\sim}{L}^T \underset{\sim}{S} d\Gamma \quad (16)$$

onde  $\underset{\sim}{L}^T$  é a matriz transposta de  $\underset{\sim}{L}$ , dada em (14), e  $\underset{\sim}{S}$  contém as duas componentes das forças do fluido sobre um determinado ponto do contorno  $\Gamma_E$  da estrutura ( $\Gamma_E$  representa também a interface do sólido com o fluido).

Para determinar o efeito do acoplamento entre ambos os meios sobre a estrutura no contexto do Método dos Elementos Finitos (*MEF*), considera-se um elemento ( $e$ ) do domínio do fluido em contato com o corpo sólido.

As equações de conservação da quantidade de movimento na sua forma matricial, em nível de elemento ( $e$ ), podem ser obtidas aplicando o método de Galerkin à equação (1).

Apresenta-se aqui apenas a equação matricial que surge de considerar somente as conexões dos dois nós que pertencem a um lado do elemento ( $e$ ) localizado na interface (estas conexões incluem as que existem entre ambos nós e as destes com outros nós do elemento ( $e$ ) que não estão na interface). Omite-se a equação matricial originada pelas conexões dos nós do elemento ( $e$ ) que não estão em contato com o corpo, já que elas não contribuem na montagem da equação de equilíbrio dinâmico total da estrutura (incluindo os efeitos do acoplamento). A equação correspondente vem dada por:

$$\underline{MM}^{II} \underline{\dot{V}}^I + \underline{AD}^{II} \underline{V}^I + \underline{MM}^{IF} \underline{\dot{V}}^F + \underline{AD}^{IF} \underline{V}^F - \frac{1}{\rho} \underline{GP}^I = \underline{S}^I \quad (17)$$

onde  $\underline{MM}^{II}$  e  $\underline{MM}^{IF}$  contém os coeficientes das derivadas em relação ao tempo das componentes da velocidade  $\underline{V}$ ,  $\underline{AD}^{II}$  e  $\underline{AD}^{IF}$  contém os coeficientes dos termos advectivos e difusivos,  $\underline{GP}^I$  contém os coeficientes dos termos envolvendo as derivadas da pressão em relação a  $x_1$  e  $x_2$  e  $\underline{S}^I$  é um vetor que contém as integrais de contorno resultantes de integrar por partes os termos de pressão e os termos difusivos. Em (17),  $\underline{\dot{V}}^I$  e  $\underline{V}^I$  contém as componentes da aceleração e da velocidade correspondentes aos nós do elemento ( $e$ ) localizados na interface, enquanto  $\underline{\dot{V}}^F$  e  $\underline{V}^F$  contém essas variáveis para os nós do elemento ( $e$ ) que não pertencem à interface. A matriz  $\underline{MM}^{II}$  contém elementos que provém da conexão dos nós do elemento ( $e$ ) que estão na interface. A matriz  $\underline{MM}^{IF}$  reflete a conexão dos nós do elemento ( $e$ ) que estão na interface com os nós que não pertencem à interface. Comentários similares podem ser feitos em relação às matrizes  $\underline{AD}^{II}$  e  $\underline{AD}^{IF}$ .

As Eqs. (14) e (15), com a matriz  $\underline{L}$  e a matriz  $\underline{L}'(\dot{\theta})$ , valem para cada nó na interface. Então, quando se considera um lado comum, constituído por dois nós, as Eqs. (14) e (15) podem ser escritas da seguinte maneira:

$$\underline{\dot{U}}^I = \underline{V}^I = \underline{T} \underline{\dot{U}}^c; \quad \underline{\ddot{U}}^I = \underline{\dot{V}}^I = \underline{T} \underline{\ddot{U}}^c + \underline{T}'(\dot{\theta}) \underline{\dot{U}}^c \quad (18)$$

As matrizes  $\underline{T}$  e  $\underline{T}'$  são dadas por:

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -l_2^1 \\ 0 & 1 & l_1^1 \\ 1 & 0 & -l_2^2 \\ 0 & 1 & l_1^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{L} \\ \underline{L} \end{bmatrix} ; \quad \underline{T}'(\dot{\theta}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -l_1^1 \\ 0 & 0 & -l_2^1 \\ 0 & 0 & -l_1^2 \\ 0 & 0 & -l_2^2 \end{bmatrix} \dot{\theta} = \begin{bmatrix} \underline{L}'(\dot{\theta}) \\ \underline{L}'(\dot{\theta}) \end{bmatrix} \quad (19)$$

A contribuição de  $\underline{S}^I$  do lado do elemento ( $e$ ), localizado na interface, para a carga total que atua no baricentro da estrutura, pode ser calculada como:

$$\underline{\hat{Q}}_E^c = -\underline{T}^T \underline{S}^I \quad (20)$$

Considerando as Eqs. (14),(15) e (17), com esta última multiplicada por  $\rho$ , a equação de equilíbrio dinâmico da estrutura, levando em conta o efeito do acoplamento sólido-fluido, vem dada por:

$$\begin{aligned} & \left[ \underline{M}_{\sim E} + \sum_{i=1}^{NTL} \left( \underline{T}^T \rho \underline{M} \underline{M}^H \underline{T} \right)_i \right] \underline{\dot{U}}_{\sim E}^c + \left[ \underline{C}_{\sim E} + \sum_{i=1}^{NTL} \left( \underline{T}^T \rho \underline{A} \underline{D}^H \underline{T} + \underline{T}^T \rho \underline{M} \underline{M}^H \underline{T} \right)_i \right] \underline{\dot{U}}_{\sim E}^c + \\ & \underline{K}_{\sim E} \underline{U}_{\sim E}^c = - \left[ \sum_{i=1}^{NTL} \left( \underline{T}^T \rho \underline{M} \underline{M}^H \underline{V}^F + \underline{T}^T \rho \underline{A} \underline{D}^H \underline{V}^F - \underline{T}^T \underline{G} \underline{P}^I \right)_i + \underline{Q}_{\sim E}^c \right] \end{aligned} \quad (21)$$

onde  $NTL$  é o número total de lados dos elementos de fluido em contato com a estrutura, e que são segmentos retos comuns ao contorno do corpo sólido, formando a interface sólido-fluido. A expressão matricial (21) pode ainda ser escrita da seguinte forma:

$$\overline{\underline{M}}_{\sim E} \underline{\dot{U}}_{\sim E}^c + \overline{\underline{C}}_{\sim E} \underline{\dot{U}}_{\sim E}^c + \underline{K}_{\sim E} \underline{U}_{\sim E}^c = \overline{\underline{Q}}_{\sim E}^c \quad (22)$$

Pode-se observar que  $\overline{\underline{C}}_{\sim E}$  não é uma matriz simétrica, pois contém os termos advectivos e os termos  $\left[ \underline{T}^T \underline{M} \underline{M}^H \underline{T}'(\dot{\theta}) \right]$ . Além disso, este último termo torna a matriz  $\overline{\underline{C}}_{\sim E}$  não linear.

Neste trabalho, não é considerado um acoplamento monolítico entre o fluido e a estrutura. O procedimento adotado consiste em analisar de forma seqüencial ambos os meios.

Uma vez conhecidas as variáveis do escoamento, monta-se a equação (22) para analisar a estrutura, lembrando que as mesmas foram calculadas impondo como condição valores de  $\underline{\dot{U}}_{\sim E}^I = \underline{V}^I$ , obtidas no intervalo de tempo anterior. A equação (22) é integrada no tempo utilizando-se o método implícito de Newmark (*Bathe*<sup>3</sup>, 1996). Integrando (22) no tempo, obtém-se  $\underline{\ddot{U}}_{\sim E}^c$ ,  $\underline{\dot{U}}_{\sim E}^c$  e  $\underline{U}_{\sim E}^c$  em  $t + \Delta t = n + 1$ , de onde, usando a matriz de translação  $\underline{L}_{\sim}$ , pode-se calcular  $\underline{\dot{U}}_{\sim E}^I = \underline{V}^I$ , com a expressão (14), em cada nó da interface. Este valor é utilizado como condição prescrita para uma nova análise do escoamento, que é realizada com as Eqs. (6) a (11).

## 5 CÁLCULO DOS COEFICIENTES AERODINÂMICOS E ATUALIZAÇÃO DA MALHA

Os coeficientes de arrasto  $C_D$ , de sustentação  $C_L$ , de momento torçor  $C_M$  e o coeficiente de pressão  $C_p^i$  vêm dados, respectivamente, por:

$$C_D = \frac{\sum_{i=1}^{NTN} S_{1i}^I}{p_D} ; C_L = \frac{\sum_{i=1}^{NTN} S_{2i}^I}{p_D} ; C_M = \frac{\sum_{i=1}^{NTN} (-S_{1i}^I l_{2i} + S_{2i}^I l_{1i})}{p_D L_0} ; C_p^i = \frac{(P_i - P_0)}{p_D} \quad (23)$$

onde  $p_D = 0,5(\rho V_0^2 L_0)$ ,  $S_1^I$  e  $S_2^I$  são as forças nas direções de  $x_1$  e  $x_2$ , respectivamente, que atuam sobre a estrutura no nó  $i$ , localizado na interface, sendo  $l_{1i}$  e  $l_{2i}$  as projeções segundo os eixos  $x_1$  e  $x_2$ , respectivamente, da distância do centro de gravidade do corpo ao nó  $i$ ,  $P_i$  é a pressão que atua no nó  $i$  e  $P_0$  é uma pressão de referência (por exemplo, a pressão numa região não perturbada do escoamento ou a pressão no ponto de estagnação).  $NTN$  é o número total de nós localizados no contorno da estrutura (ou seja, na interface sólido-fluido).  $V_0$  e  $L_0$  são a velocidade e a dimensão de referência, respectivamente. As forças  $S_1^I$  e  $S_2^I$  são calculadas a partir das forças  $\tilde{S}^I$  da expressão (17), ou seja, das forças que atuam sobre a estrutura em cada lado de um elemento de fluido que pertence à interface.

Os valores instantâneos dos coeficientes servem para obter curvas do histórico dos mesmos e um valor médio num certo intervalo de tempo.

Levando em conta que o corpo imerso no fluido pode deslocar-se e rotar em seu plano e que o escoamento é descrito com uma descrição Arbitrária Lagrangeana-Euleriana (ALE), é necessário uma lei que governe o movimento da malha, estabelecendo o campo de velocidades  $\vec{w}$  no domínio do fluido, de forma tal que a distorção dos elementos seja a menor possível e que respeite as condições de contorno seguintes:

$$\vec{w}|_{interface} = \underset{\sim}{V}^I \underset{\sim}{U}^I \quad ; \quad \vec{w}|_{contornos} = \underset{\sim}{0} \quad (24)$$

Neste trabalho, o esquema de movimento da malha é similar ao que foi usado por Teixeira<sup>4</sup> (2001). Considere que seja  $i$  um ponto no interior do domínio do fluido e  $j$  um nó pertencente a um contorno. As componentes da velocidade da malha no nó  $i$ , segundo a direção do eixo  $x_k$ , são dadas por:

$$w_k^i = \sum_{j=1}^{NS} a_{ij} w_k^j / \sum_{j=1}^{NS} a_{ij} \quad (k = 1, 2) \quad \text{com } a_{ij} = 1/(d_{ij})^n \quad (25)$$

onde  $NS$  é o número total de nós pertencentes às linhas de contorno e os  $a_{ij}$  são os coeficientes de influência entre os pontos no interior do domínio e os das linhas de contorno, sendo  $d_{ij}$  a distância entre  $i$  e  $j$ , e  $n \geq 1$ . O expoente  $n$  pode ser ajustado pelo usuário.

## 6 EXEMPLOS

### 6.1 Análise do escoamento sobre um prisma retangular

Este exemplo apresenta um prisma de seção retangular, tipicamente rombudo, permitindo oscilações tanto na direção transversal ao escoamento como também na direção rotacional. Através deste problema, busca-se analisar o desempenho do programa desenvolvido para casos onde ocorram grandes deslocamentos acoplados nas duas direções principais da seção, ainda que a forma da mesma não seja utilizada usualmente em estruturas de ponte. No presente exemplo, uma especial atenção é dada aos resultados referentes à resposta dinâmica da estrutura nos dois graus de liberdade da seção, além dos movimentos apresentados pela malha de elementos finitos. Neste trabalho, é usada a dependência não-linear de  $\tilde{L}$  com relação à rotação da seção, como indica-se na Eq. (15). Na seção a seguir são apresentados os resultados obtidos para um escoamento com número de Reynolds igual a 1000. A seção retangular exibe uma relação altura-largura ( $h/B$ ) de 0,2.

A geometria e as condições de contorno propostas para este exemplo, já na forma adimensional, são mostradas na Figura 2. Além disso, considera-se que os campos de pressão e de velocidade são inicializados com o escoamento já desenvolvido.

A malha de elementos finitos empregada é constituída de 5865 nós com 5700 elementos isoparamétricos bilineares. As constantes para o fluido e a estrutura são apresentadas na Tabela 1. Adota-se ainda um incremento de tempo adimensional de  $\Delta t^* = 1,0 \times 10^{-4}$ .

Na Figura 3 são apresentados os históricos obtidos para deslocamentos, velocidades e acelerações na direção vertical e na de rotação torcional. Vale lembrar que o tempo usado nos gráficos é adimensional. Estes resultados são muito similares aos obtidos por *Sarrate et al.*<sup>5</sup> (2001).

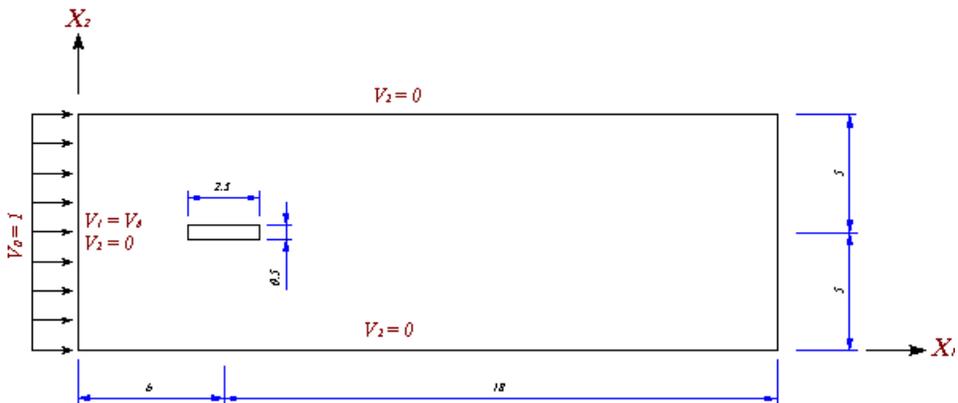


Figura 2: Cilindro retangular - geometria e condições de contorno usadas

Tabela 1: Prisma retangular - constantes adimensionais usadas para o fluido e para a estrutura

<b>Cilindro Retangular - Reynolds 1000</b>		
<b>Dados do Fluido</b>	<i>Massa específica (<math>\rho</math>)</i>	1,0
	<i>Viscosidade volumétrica (<math>\lambda</math>)</i>	0,0
	<i>Número de Reynolds (<math>Re</math>)</i>	1000
	<i>Número de Mach (<math>M = V_0 / c</math>) (<math>c = \text{vel. do som}</math>)</i>	0,06
	<i>Velocidade de referência/entrada (<math>V_0</math>)</i>	1,0
	<i>Dimensão característica (<math>L_0</math>)</i>	1,0
<b>Dados da Estrutura</b>	<i>Rigidez longitudinal adimensional (<math>K_{11}^*</math>)</i>	$3 \times 10^4$
	<i>Rigidez transversal adimensional (<math>K_{22}^*</math>)</i>	0,7864
	<i>Rigidez rotacional adimensional (<math>K_{33}^*</math>)</i>	17,05
	<i>Massa longitudinal adimensional (<math>M_1^*</math>)</i>	195,57
	<i>Massa transversal adimensional (<math>M_2^*</math>)</i>	195,57
	<i>Massa rotacional adimensional (<math>M_3^*</math>)</i>	105,94
	<i>Amortecimento longitudinal adimensional (<math>C_{11}^*</math>)</i>	$1 \times 10^7$
	<i>Amortecimento transversal adimensional (<math>C_{22}^*</math>)</i>	0,0325
	<i>Amortecimento rotacional adimensional (<math>C_{33}^*</math>)</i>	0,0

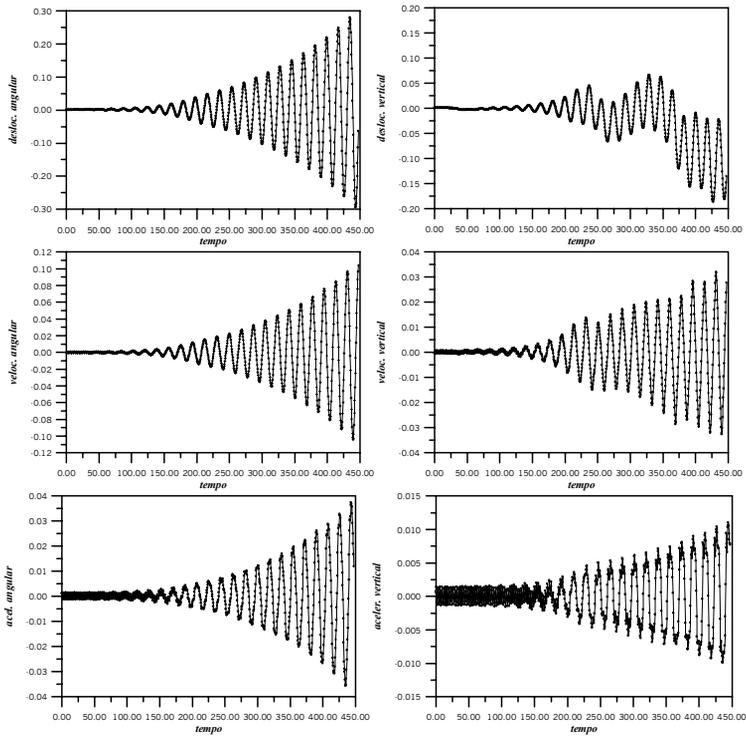


Figura 3: Cilindro retangular; históricos de deslocamento, velocidade e aceleração para as duas direções da seção

As linhas de corrente e os campos de pressão obtidos são encontrados na Figura 4, em três momentos ( $t^* = 439$ ,  $t^* = 442$  e  $t^* = 448$ ), para os instantes finais da análise. Pode-se observar a presença de fortes gradientes de pressão, com a formação de grandes bolsões alternando-se nas faces superior e inferior da seção. Na mesma Figura 4 verifica-se a situação da malha em um instante de deslocamentos extremos da estrutura.

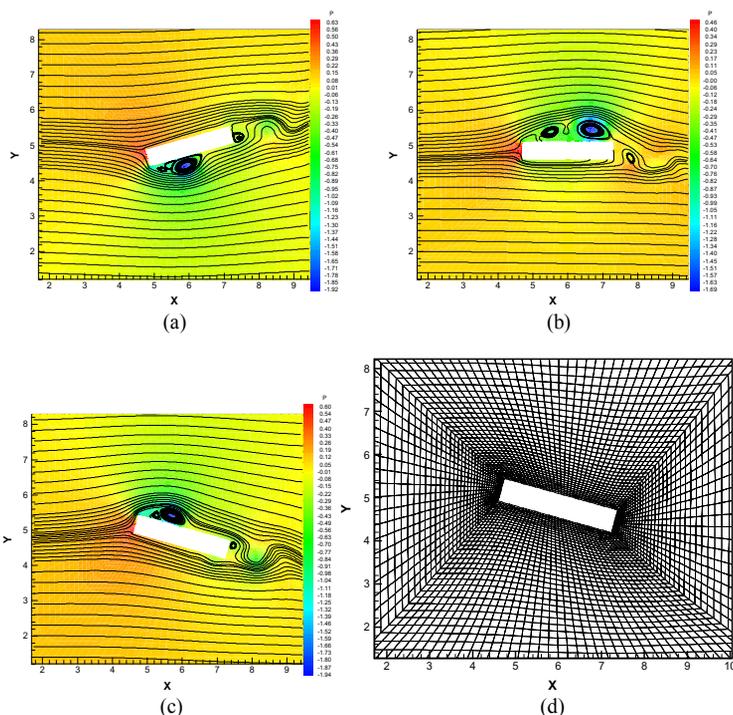


Figura 4: Cilindro retangular - campos de pressão, linhas de corrente: (a)  $t^* = 439$ ; (b)  $t^* = 442$  e (c)  $t^* = 448$ ; e (d) malha de elementos finitos em  $t^* = 448$

Como é constatado através dos resultados, o programa desenvolvido obteve um desempenho aceitável para o problema apresentado. Com isso, mostrou sua aptidão para o estudo de problemas de interação fluido-estrutura, onde o corpo imerso se move com grandes deslocamentos e rotações. Além disso, ele também conseguiu simular as características próprias de escoamentos sobre corpos rombudos.

## 6.2 Ensaios numéricos da seção da Ponte “Great Belt East”

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos na análise numérica da ação do vento sobre uma seção de ponte, estendendo-se através do comportamento aerodinâmico e

aeroelástico da mesma. Os ensaios são realizados em modelos seccionais estáticos e dinâmicos, conforme as técnicas utilizadas em túneis de vento.

A ponte a ser analisada é a “Great Belt East Bridge”, situada na Dinamarca, mais precisamente no canal de “Great Belt”, que faz parte de uma importante rota internacional de navegação. A elaboração do projeto foi iniciada em 1989, sendo aberta ao tráfego em 1998. Trata-se de uma ponte do tipo suspensão, com uma superestrutura constituída de dois vãos de aproximação, com 535 metros cada, além do vão central com 1624 metros de extensão, que será o objeto de análise deste trabalho. Na Figura 5 são mostrados os aspectos gerais do projeto.

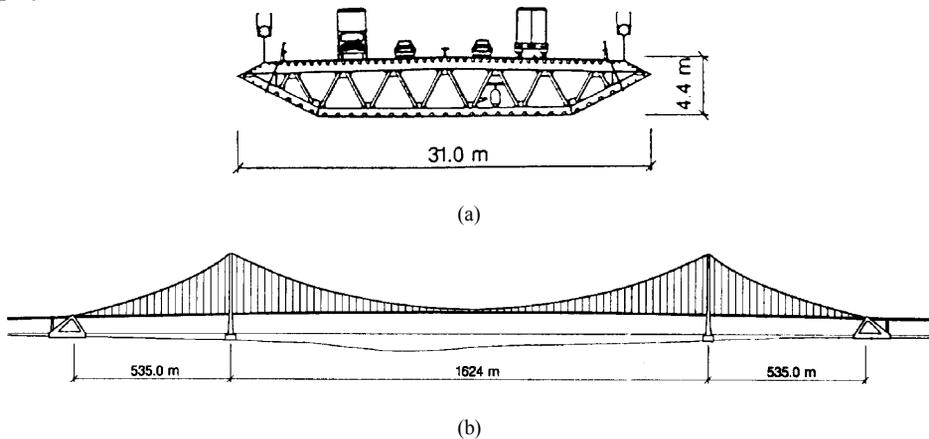


Figura 5 (fonte: *Larsen & Walther* (1997)): Características gerais da ponte de Great Belt East - (a) seção; (b) elevação

Primeiramente, a seção é analisada mantendo-a fixa, obtendo-se os coeficientes aerodinâmicos em função do ângulo de ataque do vento, bem como o número de Strouhal. Em um segundo momento, a seção é liberada para oscilar com o objetivo de permitir a investigação dos casos de instabilidade dinâmica.

### 6.2.1 Seção fixa

O domínio computacional juntamente com o conjunto de condições de contorno usadas no presente caso, são ilustrados através da Figura 6. Como se pode notar, as condições de bordo externas estão em função do ângulo de ataque, uma vez que são apreciados quatro valores diferentes:  $-10^\circ$ ,  $-5^\circ$ ,  $0^\circ$  e  $+5^\circ$ . Assim, quando se alterar a orientação do vento, a modificação correspondente a ser feita nas características iniciais do problema é a de somente mudar as componentes de velocidade prescritas nos contornos externos. A pressão e a velocidade do fluido são assumidas inicialmente nulas em todo o espaço de análise.

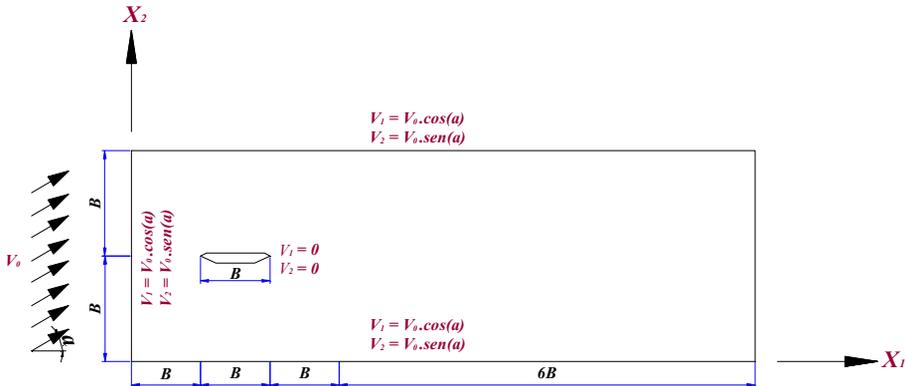


Figura 6: Great Belt East - geometria e condições de contorno para o caso estático

A malha de elementos finitos empregada neste problema tem 8175 elementos isoparamétricos bilineares e 8400 nós.

O número de Reynolds utilizado nas quatro situações de orientação do vento é de  $3,0 \times 10^5$ . As demais constantes empregadas nestes testes são reunidas na Tabela 2. Através da conhecida condição de Courant, o incremento de tempo usado é  $\Delta t = 1,15 \times 10^{-4}$  s.

Tabela 2: Great Belt East - constantes usadas para o caso estático

Propriedades do Fluido	Ponte Great Belt East - Reynolds $3 \times 10^5$
Massa específica ( $\rho$ )	1,32 Kg/m <sup>3</sup>
Viscosidade volumétrica ( $\lambda$ )	0,0 m <sup>2</sup> /s
Viscosidade cinemática ( $\nu$ )	$5,78 \times 10^{-4}$ m <sup>2</sup> /s
Velocidade do som ( $c$ )	337,0 m/s
Velocidade de referência/entrada ( $V_0$ )	40,0 m/s
Constante de Smagorinsky ( $C_S$ )	0,2
Dimensão característica/altura da seção ( $D$ )	4,40 m

As médias dos coeficientes investigados, extraídas através dos respectivos históricos, são graficadas na Figura 7 em função do ângulo de ataque, juntamente com os resultados experimentais de *Reinhold et al.*<sup>6</sup> (1992) e numéricos de *Kuroda*<sup>7</sup> (1997).

O número de Strouhal obtido é igual a 0,18, considerando-se o histórico da componente vertical da velocidade  $V_2$  num ponto situado a uma distância igual a  $0,2 B$  após a seção, com um ângulo de ataque de  $0^\circ$ . Na Tabela 3 são relacionados alguns dos resultados obtidos para o número de Strouhal da ponte.

As linhas de corrente observadas para diferentes ângulos de ataque são apresentadas na Figura 8, sendo similares àquelas alcançadas por *Kuroda*<sup>7</sup> (1997). Convém ressaltar que a referência citada não utiliza qualquer modelo de turbulência, valendo-se de uma malha mais refinada.

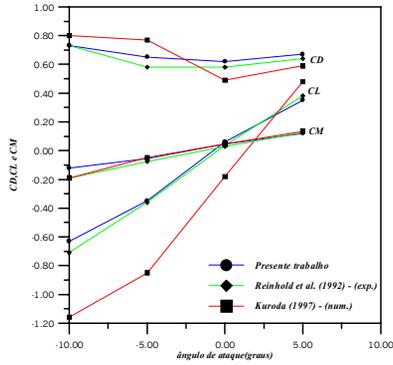


Figura 7: Great Belt East - resultados numéricos e experimentais de coeficientes aerodinâmicos em função do ângulo de ataque

Tabela 3: Resultados de  $St$  para a ponte de Great Belt East

Referência	Nº de Strouhal - Reynolds $3 \times 10^5$
<i>Presente trabalho</i>	0,180
<i>Larsen et al.<sup>8</sup> (1998) (numer.)</i>	0,170
<i>Túnel de vento (Larsen et al.<sup>9</sup>, 1997)</i>	0,160

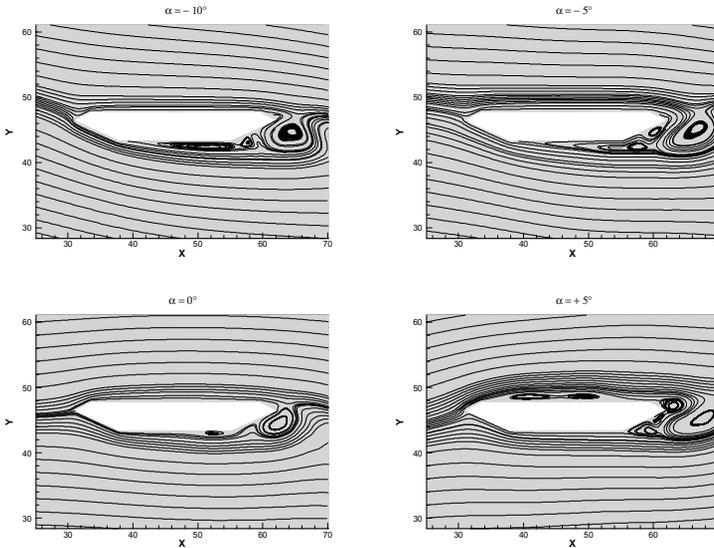


Figura 8: Great Belt East - linhas de corrente para diferentes ângulos de ataque

### 6.2.2 Análise aeroelástica: drapejamento ou “flutter”

Inicialmente, convém ressaltar que uma vez considerado que o único grau de liberdade que não foi totalmente restringido tenha sido a rotação torcional, verificou-se que o acoplamento deste grau de liberdade com o de deslocamento vertical não altera significativamente a velocidade crítica obtida, considerando assim, apenas o movimento rotacional.

A análise do fenômeno de instabilidade por “flutter” é realizada, neste trabalho, através de duas diferentes técnicas: pela investigação feita sobre a curva obtida para o coeficiente de drapejamento (ou “flutter derivative”)  $A_2^*$ , apresentado pela seção da ponte (segundo o modelo de *Scanlan & Tomko*<sup>10</sup> (1971)), e a partir de um método direto com base na observação do comportamento da estrutura para diferentes valores de velocidade reduzida (*Selvam et al.*<sup>11</sup>, 2002).

No método dos coeficientes de drapejamento (“flutter derivatives”), apresentado por *Scanlan & Tomko* (1971), obtêm-se a taxa de amortecimento  $\zeta_\theta^{exp}$  e a frequência das oscilações  $\omega_\theta^{exp}$  experimentalmente para cada velocidade reduzida  $V^* = \frac{V_0}{fB}$ , onde  $V_0$  é a velocidade de entrada,  $B$  a largura da seção da ponte e  $f$  a frequência natural da estrutura. Estes valores são introduzidos numa expressão que representa o amortecimento aerodinâmico, que vem dado por:

$$A_2^*(V^*) = \frac{4I}{\rho B^4} \left( \zeta_\theta \frac{\omega_\theta}{\omega_\theta^{exp}} - \zeta_\theta^{exp} \right) \quad (26)$$

onde  $I$  é o momento de inércia de massa,  $\zeta_\theta$  é a taxa de amortecimento crítico da estrutura e  $\omega_\theta$  a sua frequência circular natural. A Eq. (27) pode também ser escrita, a partir de considerações experimentais adotadas, em termos do decremento logarítmico  $\delta^{exp} = 2\pi\zeta^{exp}$  da seguinte forma:

$$A_2^*(V^*) \cong \frac{I}{\rho B^4} \frac{2\delta_\theta^{exp}}{\pi} \quad (27)$$

Assim, uma curva  $A_2^*(V^*)$  pode ser construída e a velocidade crítica de “flutter” é obtida para a condição:

$$A_2^*(V^*) = \frac{4I\zeta_\theta}{\rho B} \quad (28)$$

A análise do fenômeno de instabilidade por “flutter” é também realizada a partir do método direto, usado por *Selvam et al.*<sup>11</sup> (2002), com base na observação do comportamento da estrutura para diferentes valores de velocidade reduzida. Determina-se a taxa de incremento ou decaimento da resposta da estrutura, observada para as várias velocidades reduzidas, conforme a expressão a seguir:

$$\gamma_{id} = \frac{y^k - y^{k+1}}{y^k} \quad (29)$$

onde  $y^k$  e  $y^{k+1}$  correspondem aos valores de pico entre um mesmo período de oscilação da resposta em deslocamentos angulares. Estes valores são transportados para um gráfico em função da velocidade reduzida, sendo a velocidade crítica obtida quando a curva gerada cruza o eixo das abscissas.

A geometria do problema e a malha de elementos finitos para o estudo de “flutter” permanecem inalteradas em relação aos casos já estudados. Quanto às condições de contorno, considera-se, inicialmente, a seção fixa com uma inclinação de 1,8°. Após 30000 passos de tempo, as condições de contorno da superfície do corpo são retiradas de forma a permitir o seu movimento. As condições de bordo externas são idênticas ao caso em que a seção permanece fixa com ângulo de ataque zero, com exceção da velocidade de entrada, que é alterada para cada rodada de análise.

Das constantes referentes ao fluido, utilizadas para as diversas velocidades reduzidas, permanecem fixas, com os mesmos valores da Tabela 2, a massa específica, a viscosidade volumétrica, a velocidade do som e a constante de Smagorinsky. Também é mantido constante o número de Reynolds ( $= 10^5$ ) para todos os casos. Entretanto, a viscosidade cinemática e o intervalo de tempo variam com a velocidade reduzida  $V^*$ . Foram adotados os seguintes valores:  $V^* = 2$ ,  $V^* = 4$ ,  $V^* = 6$  e  $V^* = 10$ , que correspondem às velocidades de referência  $V_0 = 16,86$  m/s,  $V_0 = 33,73$  m/s,  $V_0 = 50,59$  m/s e  $V_0 = 84,32$  m/s, respectivamente.

As propriedades físicas da estrutura usadas nos experimentos encontram-se resumidas na Tabela 4, juntamente com os dados originais de projeto. Como pode-se observar, a estrutura é idealizada a fim de permitir deslocamentos apenas no grau de liberdade onde serão obtidos os dados, que no caso é a rotação torcional.

Tabela 4: Great Belt East - propriedades da estrutura usadas no estudo da instabilidade por “flutter”

	Dados da Estrutura	Ponte Great Belt East - Reynolds $1 \times 10^5$
Valores de Análise: modo torcional	Rigidezes longitudinal ( $K_{11}$ ) e transversal ( $K_{22}$ ) - [N/m]	$3 \times 10^9$
	Rigidez rotacional ( $K_{33}$ ) - [N/rad]	$7,21 \times 10^6$
	Massas longitudinal ( $M_1$ ) e transversal ( $M_2$ ) - [N.s <sup>2</sup> /m]	$2,27 \times 10^4$
	Massa rotacional ( $M_3$ ) - [N.s <sup>2</sup> /rad]	$1 \times 10^3$
	Amortecimento longitudinal ( $C_{11}$ ) e transversal ( $C_{22}$ ) - [N.s/m]	$3 \times 10^4$
	Amortecimento rotacional ( $C_{33}$ ) - [N.s/rad]	0,00
	Frequência natural vertical ( $f_v$ )	0,099 Hz
	Frequência natural angular ( $f_a$ )	0,272 Hz
	Amortecimento crítico ( $\zeta$ )	0,002

Na Figura 9 são apresentados os históricos resultantes de deslocamento angular para as diferentes velocidades reduzidas, observadas para o estudo do modo de torção. Dos históricos de rotação é obtida a taxa de incremento/decaimento e o decaimento logarítmico para cada velocidade. Logo depois, na Tabela 5, é mostrado um resumo dos valores experimentais numericamente obtidos.

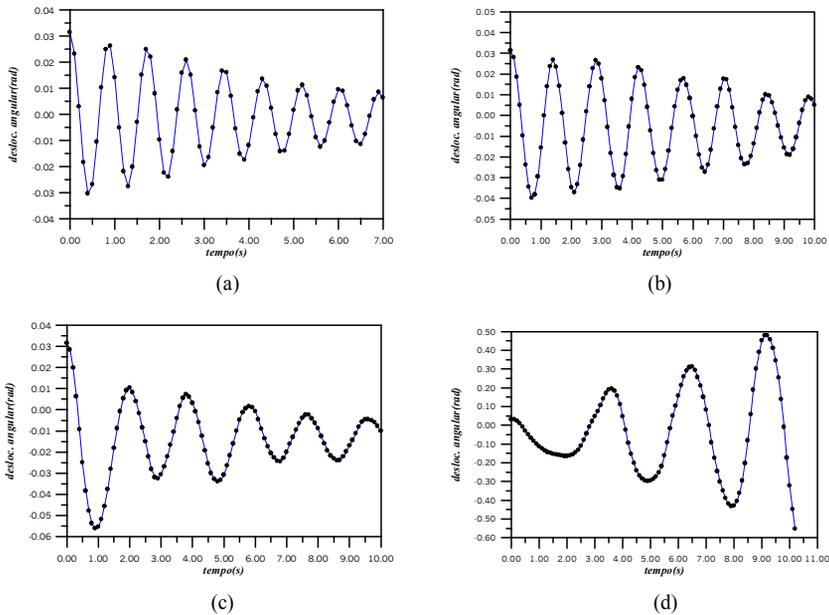


Figura 9: Great Belt East - históricos de deslocamento angular para diferentes valores de velocidade reduzida; (a)  $V^*=2$ , (b)  $V^*=4$ , (c)  $V^*=6$  e (d)  $V^*=10$

Tabela 5: Great Belt East - resultados da análise do modo de torção

Resultados	Ponte Great Belt East – Reynolds $1 \times 10^5$			
	$V^* = 2$	$V^* = 4$	$V^* = 6$	$V^* = 10$
Decremento logarítmico médio	0,176	0,205	0,291	-0,403
Taxa de incremento/decaimento	0,131	0,270	0,311	-0,500
$A_2^*$	$-1,04 \times 10^{-2}$	$-3,21 \times 10^{-2}$	$-7,6 \times 10^{-2}$	$1,05 \times 10^{-1}$

Com o auxílio da equação de condição crítica de drapejamento torcional, Eq. (29), é determinado o valor crítico para  $A_2^*$ . Aplicando as constantes reais da estrutura presentes na Tabela 4, obtém-se  $A_2^* \geq 1,62 \times 10^{-2}$ . Observando a curva obtida pelo presente trabalho, na Figura 10, conclui-se que ocorre a instabilidade por drapejamento a uma velocidade reduzida de 8,66, correspondendo à velocidade dimensional de 73 m/s.

Através da mesma figura, verifica-se graficamente a velocidade crítica de drapejamento, segundo o método direto, sendo a mesma determinada no ponto exato onde a curva corta o eixo horizontal (taxa de incremento/decaimento = 0,0). O valor observado é de 8,18, o que corresponde à velocidade dimensional de 69 m/s.

Na Tabela 6 é mostrada uma relação de resultados de velocidade crítica de drapejamento, obtidos por diversos autores, para a ponte estudada, onde verifica-se que os valores alcançados pelo presente trabalho encontram-se em conformidade com aqueles exibidos pelos demais.

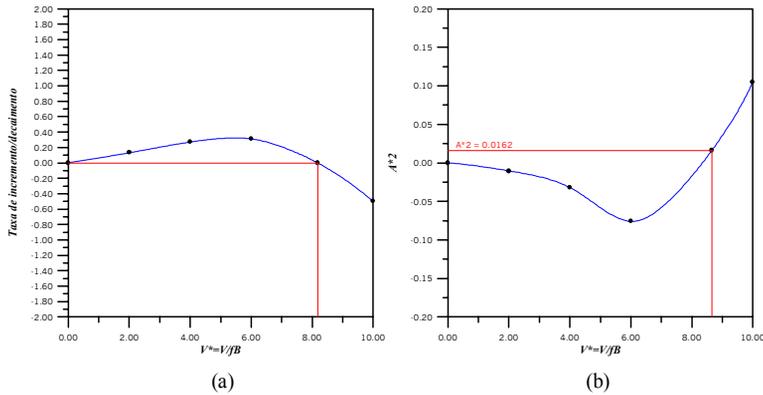


Figura 10: Resultados da análise de “flutter” para a ponte de Great Belt East; (a) Método Direto e (b) “flutter derivative”  $A_2^*$

Tabela 6: Resultados de velocidade crítica de “flutter” para a ponte de Great Belt East

Great Belt East - Velocidade Crítica de “flutter”	
Referência	$V_{crit} (m/s)$
Presente trabalho (via “flutter derivatives”)	73
Presente trabalho (via método direto)	69
Selvam et al. <sup>11</sup> (2002) (num.)	65-72
Larsen et al. <sup>9</sup> (1997) (num.)	74
Enevoldsen et al. <sup>12</sup> (1999) (num.)	70-80
Testes em túnel de vento (fonte: Larsen et al. (1998))	73

## 8 CONCLUSÕES

No presente trabalho foi descrito um modelo para a simulação numérica da ação do vento em pontes. O código desenvolvido foi validado através da análise de uma seção retangular e dos estudos feitos sobre a ponte “Great Belt East”. Os resultados mostram uma boa concordância com os trabalhos de outros autores. Futuramente, espera-se explorar outras formas de seção, inclusive com a presença de detalhes como guarda-corpos e cabos. Espera-se também aprimorar o algoritmo desenvolvido com o objetivo de reduzir o tempo de processamento, principalmente em escoamentos turbulentos. Uma alternativa seria a integração por subdomínios usando sub-ciclos (Teixeira<sup>2</sup>, 2001), uma vez que, para elementos

maiores, os incrementos de tempo serão consequentemente maiores. Outra possibilidade seria explorar o emprego de esquemas semi-implícitos.

## 9 REFERÊNCIAS

- [1] BRAUN, A. L. *Um Modelo para a Simulação Numérica da Ação do Vento sobre Seções de Ponte*. Dissertação de Mestrado, Porto Alegre: PPGEC/UFRGS, 2002.
- [2] TEIXEIRA, P. R. F. & AWRUCH, A. M. Three dimensional simulation of high compressible flows using a multi-time-step integration technique with subcycles. *Applied Mathematic Modelling*, **V.25**, :613-627, 2001.
- [3] BATHE, K. J. *Finite Element Procedures*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1996.
- [4] TEIXEIRA, P. R. F. *Simulação Numérica da Interação de Escoamentos Tridimensionais de Fluidos Compressíveis e Incompressíveis e Estruturas Deformáveis Usando o Método dos Elementos Finitos*. Tese de Doutorado, Porto Alegre: PPGEC/UFRGS, 2001.
- [5] SARRATE, J.; HUERTA, A. & DONEA, J. Arbitrary Lagrangean-Eulerian formulation for fluid-rigid body interaction. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **V.190**, :3171-3188, 2001.
- [6] REINHOLD, T. A.; BRINCH, M. & DAMSGAARD, A. Wind tunnel tests for the Great Belt link. **In: Proceedings International Symposium on Aerodynamics of Large Bridge**, :255-267, 1992.
- [7] KURODA, S. Numerical simulation of flow around a box girder of a long span suspension bridge. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **V.67&68**, :239-252, 1997.
- [8] LARSEN, A. & WALTHER, J. H. Discrete vortex simulation of flow around five generic bridge deck sections. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **V.77&78**, :591-602, 1998.
- [9] LARSEN, A. & WALTHER, J. H. Aeroelastic analysis of bridge girder sections based on discrete vortex simulation. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **V.67&68**, :253-265, 1997.
- [10] SCANLAN, R. & TOMKO, J. J. Airfoil and bridge deck flutter derivatives. *Journal of Engineering Mechanics Division*, **EM6**, :1717-1737, 1971.
- [11] SELVAM, R. P.; GOVINDASWAMY, S. & BOSCH, H. Aeroelastic analysis of bridges using FEM and moving grids. *Wind and Structures*, **V.5**, :250-266, 2002.
- [12] ENEVOLDSEN, I.; PEDERSON, C.; HANSEN, S. O.; THORBEEK, L. T. & KVAMSDAL, T. Computational wind simulations for cable-supported bridges. *Wind Engineering into the 21<sup>st</sup> Century*, **Vol.2**, :1265-1270, 1999.