

DESARROLLO DE SIMULACIONES NUMÉRICAS PARA EL ESTUDIO AEROELÁSTICO DEL CONTROL DE ACTITUD DE GENERADORES EÓLICOS MEDIANOS

Patricio A. Ravetta ^{*}, y Sergio Preidikman [#]

^{*} Vibration and Acoustics Laboratories
Virginia Polytechnic Institute and State University
Blacksburg, Virginia 24061, USA
e-mail: pravetta@vt.edu

[#] Grupo de Mecánica Aplicada (GMA)
Universidad Nacional de Río Cuarto
Ruta Nac. 8 Km 601, 5800 Río Cuarto, Argentina
e-mail: spreidikman@ing.unrc.edu.ar

Key words: energía eólica, aeroelasticidad, mecánica computacional.

Abstract: *En este trabajo se presentan simulaciones numéricas del comportamiento aeroelástico del control de actitud de un generador eólico mediano. Para llevar a cabo estas simulaciones se consideran dos modelos del sistema de control: uno constituido por un ala delta en posición vertical, y otro que consiste en un arreglo de dos alas delta en posición vertical, también conocido como doble deriva. En ambos casos se consideran los efectos producidos por la separación del flujo en el borde de ataque. Esto hace al problema inherentemente no-lineal y no-estacionario. Mediante el desarrollo de estas simulaciones se pretende determinar cual es la configuración que reduce el tiempo que necesita el sistema para llegar a la posición de equilibrio. Con esta finalidad se realizan simulaciones numéricas variando los parámetros característicos de cada modelo. Las cargas aerodinámicas se obtienen utilizando el método de red de vórtices inestacionario. Las ecuaciones de movimiento se obtienen a partir de las ecuaciones de Lagrange. Para determinar la posición del sistema en cada instante de tiempo se utilizan ángulos de Euler. Las ecuaciones que gobiernan los modelos se integran en el dominio del tiempo mediante una implementación de un método predictor-corrector de cuarto orden desarrollado por Hamming.*

1 INTRODUCCIÓN

El presente trabajo se encuentra enmarcado dentro de un proyecto¹ que tiene como objetivo desarrollar tecnologías para micro-centrales electro-eólicas destinadas a la generación eléctrica y bombeo de agua en zonas rurales alejadas de los sistemas convencionales de distribución de energía eléctrica y luego transferir dichas tecnologías a empresas nacionales.

El fin principal de este trabajo es el modelado y simulación del comportamiento aeroelástico del control de actitud del aerogenerador comúnmente denominado “cola”, para ser luego acoplado con los modelos de las restantes partes componentes y obtener así un estudio aeroelástico más general. Particularmente se desea estudiar el comportamiento aerodinámico, dinámico y aeroelástico del control de actitud, para poder así determinar las características geométricas que permitan optimizar el rendimiento del aerogenerador y el aprovechamiento de los recursos eólicos disponibles en el lugar de instalación del mismo.

Con tal fin se desarrollarán dos modelos numéricos:

- un modelo constituido por un ala delta en posición vertical, del tipo utilizado en algunos aerogeneradores de fabricación nacional, y
- un modelo que consiste en un arreglo de dos alas delta en posición vertical, también conocido como doble deriva, muy utilizado por fabricantes en otras partes del mundo, como el mostrado en la Figura 1.



Figura 1: Generador con doble deriva

La idea fundamental consiste en tratar el flujo de aire, la estructura, y los dispositivos de control como elementos de un único sistema dinámico; e integrar numéricamente, simultáneamente, e interactivamente en el dominio del tiempo todas las ecuaciones gobernantes. Sin embargo esta metodología presenta una complicación fundamental: para predecir las cargas aerodinámicas se debe conocer el movimiento de la estructura y los dispositivos de control, y para predecir el movimiento de estos se deben conocer las cargas aerodinámicas. Para salvar este obstáculo, se utiliza un esquema iterativo que tiene en cuenta la interacción entre las cargas aerodinámicas, el movimiento de la estructura, y la dinámica de los sistemas de control. La metodología propuesta, que provee la solución en el dominio del tiempo, permite además conocer el estado del sistema dinámico en función de la evolución de la única coordenada generalizada que posee el sistema. Debido a que las cargas aerodinámicas actuantes dependen no solo del estado del sistema sino también de la aceleración del mismo, el algoritmo usado para llevar a cabo el proceso de integración

numérica deberá ser un predictor-corrector. En este trabajo se utiliza una versión del método predictor-corrector de cuarto orden desarrollado por Hamming especialmente modificado para resolver este tipo de problemas. Para desarrollar las simulaciones aeroelásticas se implementó el método de red de vórtices inestacionario (unsteady vortex lattice method ó UVLM) para el caso particular de un ala delta, es decir, considerando los efectos aerodinámicos producidos por separación de flujo en el borde de ataque. Para determinar la distribución de presiones sobre las superficies sustentadoras se utilizó la versión no-estacionaria de la ecuación de Bernoulli. La posición del sistema en cada instante de tiempo se obtuvo mediante el uso de ángulos de Euler. Las ecuaciones de movimiento de ambos sistemas fueron obtenidas utilizando ecuaciones de Lagrange.

Mediante el desarrollo de estas simulaciones se pretende determinar cual es la configuración que permite obtener el menor tiempo de respuesta; esto es, bajo las mismas condiciones iniciales, que configuración lleva al sistema dinámico al estado de equilibrio en el menor tiempo. El presente trabajo muestra una comparación entre los sistemas antes mencionados al variar parámetros que caracterizan a los mismos. En particular se analizan los cambios en el tiempo de respuesta al variar la inercia del aerogenerador, la longitud de la cola (entiéndase por longitud de la cola la distancia entre el eje de giro del aerogenerador y el ala delta), la separación entre las alas, y el ángulo entre las mismas.

El estudio aquí propuesto posibilitará la futura construcción e implementación de dicho sistema de control de actitud en el prototipo de 5 Kw con que cuenta la Universidad Nacional de Río Cuarto.

2 MODELO AERODINÁMICO

En flujos sobre alas donde el número de Reynolds es alto, la vorticidad se encuentra concentrada en capas muy delgadas que están pegadas a la superficie de las mismas, llamadas capas límite. Los efectos viscosos son los responsables de la existencia de las capas límite. Parte de esta vorticidad es emitida desde los bordes de ataque y de fuga de las alas, es transportada por el fluido, y forma las estelas. El campo de velocidades asociado con toda esta vorticidad interactúa con la llamada corriente libre: mientras las condiciones de borde de no-penetración y no-deslizamiento son satisfechas sobre las superficies sólidas generadoras de vorticidad, la vorticidad en las estelas se mueve libremente en el fluido de forma tal que no se produzcan saltos de presión a través de las estelas. El método de red de vórtices inestacionario esta basado en la idea de imitar las capas límite y las estelas mediante sábanas vorticosas. Nos referiremos a estos dos tipos de sábanas vorticosas como “sábanas adheridas” y “sábanas libres” (estelas.) Para desarrollar el método de red de vórtices inestacionario debemos hacer uso de la ecuación de continuidad:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1)$$

y de la definición de vorticidad:

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V} \quad (2)$$

Como puede observarse las ecuaciones (1) y (2) representan un sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que relacionan el campo de velocidades \vec{V} con el campo de vorticidad $\vec{\omega}$. Este sistema de ecuaciones diferenciales puede ser “invertido” con el fin de obtener el campo de velocidades en función del campo de vorticidad, esto es:

$$\vec{V}(\vec{R},t) = \frac{1}{4\pi} \iiint_S \frac{\vec{\omega}(\vec{R}_0,t) \times (\vec{R} - \vec{R}_0)}{|\vec{R} - \vec{R}_0|^2} dS(\vec{R}_0) \quad (3)$$

donde S es la región en la cual el campo de vorticidad no es nulo, ver Figura 2, R y R_0 son vectores posición respecto a un sistema de referencia inercial. En nuestro caso S es la región compuesta por las sábanas adheridas y libres.

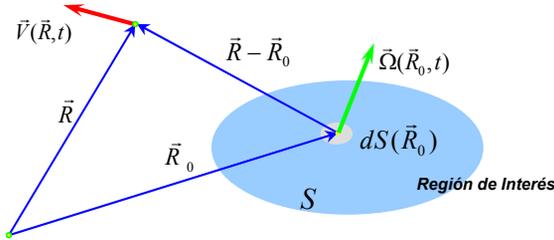


Figura 2: Región de interés

La ecuación (3) está acompañada de las siguientes condiciones de borde:

- En el infinito: la velocidad asociada por la vorticidad distribuida sobre el ala y en las estelas tiende a cero. Esta condición se encuentra implícita en la ecuación (3), ya que en su denominador figura la distancia entre la región vorticosa y el punto donde se desea determinar la velocidad. Matemáticamente, esta condición de frontera se expresa como:

$$|\vec{V}_B + \vec{V}_W| \rightarrow 0 \quad (4)$$

donde \vec{V}_B es la velocidad asociada a la vorticidad adherida al ala y \vec{V}_W la velocidad asociada a la vorticidad distribuida en las estelas.

- Condición de no-penetración: las partículas de fluido no pueden atravesar las superficies sustentadoras. Esto se consigue imponiendo que la componente normal de la velocidad relativa al cuerpo de una partícula de fluido sea cero sobre la superficie sustentadora. Esto es:

$$(\vec{V}_\infty + \vec{V}_B + \vec{V}_W - \vec{V}_{LS}) \cdot \vec{n} = 0 \quad (5)$$

donde \vec{V}_∞ es la velocidad de la corriente libre, \vec{V}_{LS} la velocidad del ala y \vec{n} es un vector unitario normal a la superficie sustentadora.

Además de estas dos condiciones de frontera, debe también satisfacerse que:

- La presión a través de las estelas sea continua. Esta condición permite obtener la posición de las mismas. El teorema de Kelvin-Helmholtz garantiza esta condición requiriendo que toda la vorticidad sea transportada por las partículas de fluido. Esto es,

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = 0, \quad \text{en } S_w \quad (6)$$

donde Γ representa la circulación y S_w es la región ocupada por la superficie sustentadora.

La vorticidad se conserva espacialmente. Esto es,

$$\nabla \cdot \vec{\omega} = \nabla \cdot (\nabla \times \vec{V}) = 0 \quad (7)$$

- En todos los puntos donde se produce separación de flujo se cumple la condición de Kutta para flujos no-estacionarios.

3 DISCRETIZACIÓN DE LA LÁMINA VORTICOSA ADHERIDA AL ALA

Para discretizar la lámina vorticosa se siguió la línea de trabajo utilizada por Mook et. al.² En ese trabajo se utilizan paneles pentagonales para discretizar el borde de ataque del ala y paneles rectangulares para discretizar el resto del dominio. La utilización de paneles pentagonales se debe a que resultados experimentales demuestran que estos permiten representar con mayor realismo el comportamiento del flujo en la región del borde de ataque.

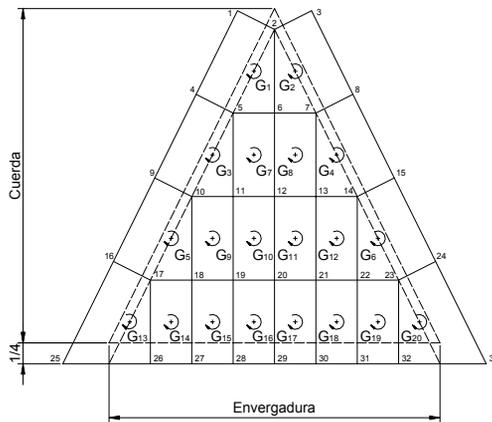


Figura 3: Discretización de la lámina vorticosa

La Figura 3 muestra dicha discretización. En esta figura, la línea de puntos representa la planta alar y la línea continua la discretización mediante paneles.

Los paneles están formados por segmentos rectilíneos de vorticidad. La condición de no-

penetración se satisface en un número finito de puntos denominados Puntos de Control (CP). La Figura 4 muestra la ubicación de los CP en paneles rectangulares y paneles pentagonales.

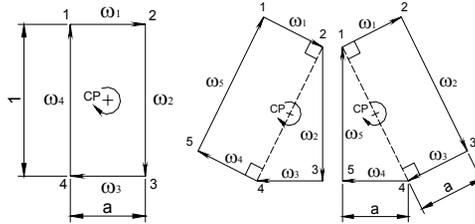


Figura 4: Detalle de la discretización

4 LEY DE BIOT-SAVART

Para determinar la velocidad asociada a un segmento rectilíneo finito de vorticidad se utiliza la ley de Biot-Savart cuya expresión es:

$$\vec{V}(\vec{R}, t) = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{\omega} \times \vec{r}_1}{|\vec{\omega} \times \vec{r}_1|^2} [\vec{\omega} \cdot (\vec{e}_1 - \vec{e}_2)] \quad (8)$$

En la Figura 5 se muestran las variables involucradas en la ecuación anterior.

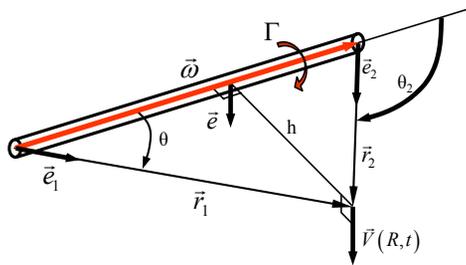


Figura 5: Velocidad asociada a un segmento finito de vorticidad

5 VERSIÓN DISCRETA DE LA CONDICIÓN DE NO-PENETRACIÓN

Como se ha mencionado anteriormente, la condición de no-penetración se satisface solo en aquellos puntos sobre la superficie sustentadora llamados puntos de control. La versión discreta de la condición de no-penetración para un panel típico i está dada por la expresión:

$$(\vec{V}_\infty + \vec{V}_B + \vec{V}_W - \vec{V}_{LS})_i \cdot \vec{n}_i = 0 \quad (9)$$

El término $\vec{V}_B(t) \cdot \vec{n}_i(t)$ que aparece en esta expresión puede escribirse en función de la circulación de los segmentos de vorticidad usados para discretizar la sábana adherida como sigue,

$$\vec{V}_B(t) \cdot \vec{n}_i(t) = \sum_{j=1}^{NP} A_{ij} G_j(t) \quad (10)$$

Donde NP es el número de paneles utilizado en la discretización de la lámina vorticosa adherida, G_j representa la circulación de los segmentos vorticosos que forman el panel j , y A_{ij} son los coeficientes de influencia aerodinámicos. Estos coeficientes representan la componente normal de la velocidad inducida en el CP del panel i por los segmentos vorticosos que componen el panel j cuando la circulación en los mismos es igual a uno. Extendiendo la relación anterior a los NP paneles que conforman la lámina vorticosa adherida, se obtiene:

$$\sum_{j=1}^{NP} A_{ij} G_j(t) = - \left[\left(\vec{V}_\infty(t) + \vec{V}_W(t) - \vec{V}_{LS}(t) \right) \cdot \vec{n}(t) \right]_i, \quad i = 1, \dots, NP \quad (11)$$

Debido a que la discretización posee dos tipos de elementos diferentes, la matriz de coeficientes aerodinámicos se particionó de la siguiente manera:

$$[A] = \begin{bmatrix} A_{PP} & A_{PR} \\ A_{RP} & A_{RR} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Donde A_{PP} , A_{PR} , A_{RP} y A_{RR} son submatrices que contemplan, respectivamente, la interferencia aerodinámica de los paneles pentagonales entre sí, los rectangulares y los pentagonales, los rectangulares y los pentagonales y los rectangulares entre sí. Esto está representado esquemáticamente en la Figura 6.

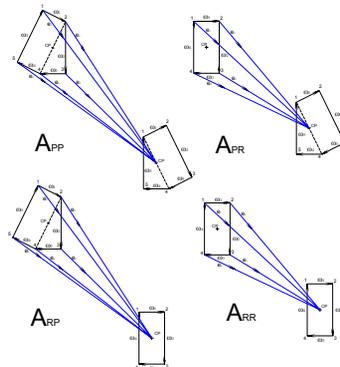


Figura 6: Coeficientes de influencia aerodinámicos

6 GENERACIÓN DE LAS ESTELAS

Para generar las estelas se deben convectar las partículas que se encuentran sobre los bordes “filosos” del ala, esto es, el borde de ataque y el borde de fuga. El desplazamiento $\Delta \vec{R}$ que en un intervalo de tiempo Δt sufre cualquiera de estas partículas puede ser aproximado mediante la siguiente relación,

$$\Delta \vec{R} = {}^B \vec{V}^P \Delta t \quad (13)$$

Donde ${}^B \vec{V}^P$ representa la velocidad de convección respecto a la superficie sustentadora. Esta velocidad se obtiene como sigue,

$${}^B \vec{V}^P = (\vec{V}_B + \vec{V}_W + \vec{V}_\infty) - {}^N \vec{V}^B - {}^N \vec{\omega}^B \times \vec{r} \quad (14)$$

donde ${}^N \vec{\omega}^B$ es la velocidad angular del sistema de referencia B (fijo a la superficie sustentadora) respecto al sistema de referencia N (Newtoniano o inercial).

En el instante inicial no hay estela, Figura 7-a. En el instante $t = \Delta t$ las partículas ubicadas a lo largo de los bordes de fuga y de ataque se convectan con la velocidad local del fluido y se obtiene la primera línea de paneles que forman la estela, Figura 7-b. Para $t = 2\Delta t$ se convectan las partículas que se encuentran lo largo de los bordes de fuga y ataque como así también las partículas que ahora forman parte de la estela y que fueron convectadas en el paso anterior. Se obtiene entonces la configuración mostrada en la Figura 7-c. Procediendo de manera similar se obtiene la estela para cada instante de tiempo como se muestra en la Figura 7-d.

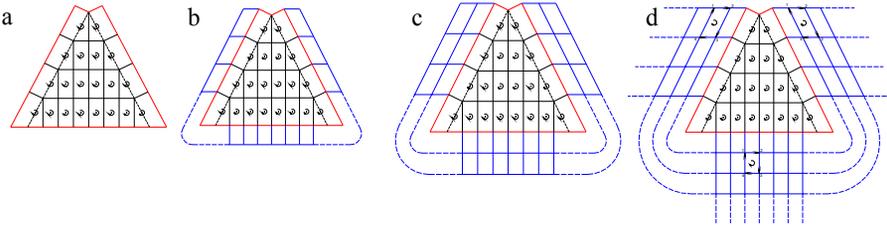


Figura 7: Generación de la estela

7 DETERMINACIÓN DE LAS CARGAS AERODINÁMICAS

Para la determinación de las cargas aerodinámicas se utilizó la versión no-estacionaria de la ecuación de Bernoulli, esta es:

$$\frac{\partial \Phi^*(\vec{R}^*, t^*)}{\partial t^*} + \frac{1}{2} \nabla_{R^*} \cdot \Phi^*(\vec{R}^*, t^*) \cdot \nabla_{R^*} \Phi^*(\vec{R}^*, t^*) + \frac{p^*(\vec{R}^*, t^*)}{\rho^*} = H^*(t^*) \quad (15)$$

Los efectos no-estacionarios se tienen en cuenta en el primer término de la ecuación (15). Φ^* es el potencial de velocidad, p^* es la presión, H^* la energía total, y ρ^* la densidad. El asterisco indica que se trata de cantidades dimensionales. Realizando una adimensionalización de variables se puede obtener la diferencia de presión ΔC_p entre las dos caras de la superficie sustentadora, esto es:

$$\Delta C_p = \vec{V}_U \cdot \vec{V}_U - \vec{V}_L \cdot \vec{V}_L + 2 \left(\left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{R_U} - \left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{R_L} \right) \quad (16)$$

donde \vec{V}_U y \vec{V}_L son las velocidades de partículas de fluido ubicadas sobre cada cara de superficie sustentadora.

El último término de esta expresión puede escribirse como:

$$\left[\left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{R_U} - \left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{R_L} \right] = \frac{\mathcal{D}G_i(t)}{\mathcal{D}t} - \Delta \vec{V}_i \cdot \left[{}^N \vec{V}^B(t) + {}^N \vec{\omega}^B(t) \times {}^B \vec{r}_i(t) \right] \quad (17)$$

Donde el término $\mathcal{D}G/\mathcal{D}t$ es una “especie” de derivada sustancial, ya que no sigue una partícula de fluido sino un punto material del ala, en este caso un punto de control. Utilizando una aproximación por diferencias finitas de primer orden podemos escribir:

$$\frac{\mathcal{D}G_i(t)}{\mathcal{D}t} \approx \frac{G_i(t) - G_i(t - \Delta t)}{\Delta t} \quad (18)$$

8 ÁNGULOS DE EULER

La historia en el tiempo del estado del sistema dinámico en estudio se obtuvo mediante el uso de ángulos de Euler como coordenadas generalizadas y de sus derivadas respecto del tiempo como velocidades generalizadas³. La Figura 8 muestra los sistemas de coordenadas utilizados.

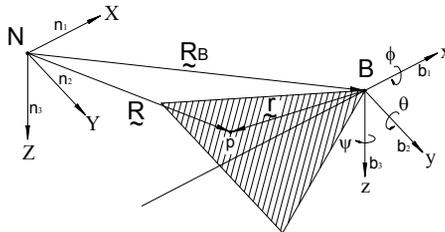


Figura 8: Sistemas de coordenadas

Los sistemas de referencia N y B se relacionan mediante una secuencia de rotaciones 1-2-3. Esto es,

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = [R_3][R_2][R_1] \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} = [R] \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} \quad (19)$$

Donde las matrices de rotación $[R_1]$, $[R_2]$, y $[R_3]$ tienen la siguiente forma:

$$[R_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix}, [R_2] = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix}, [R_3] = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

La velocidad angular del sistema B respecto al sistema N , ${}^N\omega^B$, está dada por:

$${}^N\omega^B = \omega_1 \hat{b}_1 + \omega_2 \hat{b}_2 + \omega_3 \hat{b}_3 = \dot{\phi} \hat{n}_1 + \dot{\theta} \hat{n}_2' + \dot{\psi} \hat{n}_3'' \quad (21)$$

La relación entre la velocidad angular y las derivadas respecto del tiempo de los ángulos de Euler queda expresada de la siguiente manera:

$${}^N\omega^B = \omega_1 \hat{b}_1 + \omega_2 \hat{b}_2 + \omega_3 \hat{b}_3 \quad (22)$$

donde,

$$\omega_1 = \dot{\phi} \cos \theta \cos \psi + \dot{\theta} \sin \psi, \quad \omega_2 = \dot{\phi} (-\sin \psi \cos \theta) + \dot{\theta} \cos \psi, \quad \omega_3 = \dot{\phi} \sin \theta + \dot{\psi} \quad (23)$$

Invirtiendo esta relación podemos obtener la expresión para las derivadas respecto del tiempo de los ángulos de Euler en función de las componentes de la velocidad angular, esto es:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\cos \theta} \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \theta & 0 \\ -\sin \theta \cos \psi & \sin \theta \sin \psi & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{Bmatrix} \quad (24)$$

Aplicado a nuestro caso particular tenemos:

$$\underline{\dot{R}} = \underline{\dot{R}}_B + \underline{r} \quad \therefore \quad \left. \frac{d}{dt} R \right|_N = \left. \frac{d}{dt} R_B \right|_N + [T_{NB}]^N \omega^B \times \underline{r} \Big|_B \quad (25)$$

donde:

$$[T_{NB}] = [T_{BN}]^T = [R_1(\phi)]^T [R_2(\theta)]^T [R_3(\psi)]^T \quad (26)$$

9 ECUACIONES DE MOVIMIENTO

Para obtener las ecuaciones de movimiento de los dos sistemas de control presentados en

este trabajo se utilizaron las ecuaciones de Lagrange.

Como puede observarse en la Figura 9, el primer sistema está compuesto por un ala delta en posición vertical que puede girar alrededor del eje del aerogenerador que ha sido modelado como una inercia concentrada.

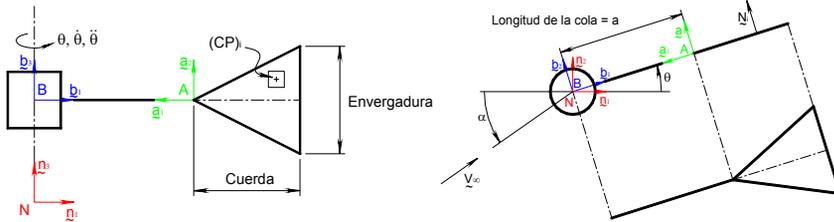


Figura 9: Modelo 1

La energía potencial es idénticamente cero. La energía cinética del sistema está dada por:

$$T = \frac{1}{2} I_{33} \dot{\theta}^2 \quad (27)$$

donde I_{33} es la inercia del cuerpo del aerogenerador.

Las cargas generalizadas están dadas por la expresión:

$$Q = \vec{F} \cdot \frac{\partial \vec{R}_B}{\partial \theta} + \vec{M}_B \cdot \frac{\partial {}^N \vec{\omega}^B}{\partial \dot{\theta}} \quad (28)$$

donde:

$$\vec{M}_B = \sum_{i=1}^{NP} \left[-y_i \hat{b}_1 + (a - x_i) \hat{b}_3 \right] \Delta p_i A_i \quad (29)$$

y A_i es el área del panel i .

Por lo tanto para este sistema las cargas generalizadas están dadas por la expresión:

$$Q = \sum_{i=1}^{NP} (a - x_i) \Delta p_i A_i \quad (30)$$

Finalmente, la ecuación de movimiento resultante para el control de actitud formado por un ala es:

$$I_{33} \ddot{\theta} = \sum_{i=1}^{NP} (a - x_i) \Delta p_i A_i \quad (31)$$

Con el fin de adimensionalizar esta ecuación de movimiento se definió una longitud característica L_C (la longitud de un panel) y una velocidad característica (la velocidad de la

corriente libre, $V_C = V_\infty$.) Usando estas magnitudes características es posible determinar un tiempo característico T_C como:

$$T_C = \frac{L_C}{V_C} \quad (32)$$

A partir de estas tres magnitudes características se definieron las siguientes variables adimensionales:

$$C^* = L_C C, \quad S^* = L_C S, \quad A_i^* = L_C^2 A_i, \quad t^* = T_C t \quad (33)$$

donde C^* es la cuerda del ala y S^* es la envergadura.

Los ángulos y sus derivadas respecto del tiempo no-dimensional t pueden escribirse como sigue:

$$\begin{aligned} \theta &= (\theta \circ t^*)(t) \\ \dot{\theta} &= \frac{1}{T_C} \frac{d\theta}{dt} \\ \ddot{\theta} &= \frac{1}{T_C^2} \frac{d^2\theta}{dt^2} \end{aligned} \quad (34)$$

Las coordenadas a^* y x_i^* , y la diferencia de presión Δp_i^* están dadas por las siguientes expresiones:

$$a^* = L_C a, \quad x_i^* = L_C x_i, \quad \Delta p_i^* = \frac{1}{2} \rho_C V_C^2 \Delta C p_i \quad (35)$$

Para adimensionalizar el momento de inercia se procedió de la siguiente manera:

$$I_{33}^* = M L^2 \Rightarrow I_{33}^* = I_{33} (\rho_C L_C^3) L_C^2 = I_{33} \rho_C L_C^5 \quad (36)$$

Finalmente, la forma adimensional de la ecuación de movimiento para el control de actitud constituido por un ala delta es:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{1}{2I_{33}} \sum_{i=1}^{NP} (a - x_i) \Delta C p_i A_i \quad (37)$$

Para el sistema compuesto por dos alas delta en tándem mostrado en la Figura 10 la energía cinética es la misma que para el caso anterior.

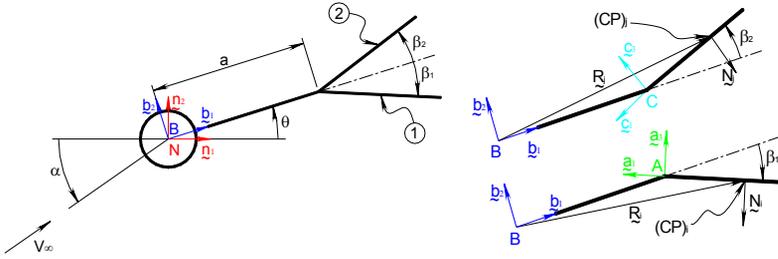


Figura 10: Modelo 2

Por lo tanto, realizando el mismo procedimiento que en el caso anterior, los momentos generalizados están dados por la expresión:

$$\vec{M}_B = \sum_{i=1}^{NP} \vec{M}_i + \sum_{j=1}^{NP} \vec{M}_j \quad (38)$$

donde:

$$\begin{aligned} \vec{M}_i &= -\Delta p_i A_i \left[y_i \hat{a}_1 + (a \cos \beta_1 - x_i) \hat{a}_2 \right] \\ \vec{M}_j &= -\Delta p_j A_j \left[y_j \hat{c}_1 + (a \cos \beta_2 - x_j) \hat{c}_2 \right] \end{aligned} \quad (39)$$

Por lo que la expresión de las cargas generalizadas para este sistema es:

$$Q = -\sum_{i=1}^{NP} \Delta p_i A_i (a \cos \beta_1 - x_i) - \sum_{j=1}^{NP} \Delta p_j A_j (a \cos \beta_2 - x_j) \quad (40)$$

Finalmente, la forma dimensional de la ecuación de movimiento para este sistema es:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{1}{I_{33}} \left[\sum_{i=1}^{NP} \Delta p_i A_i (a \cos \beta_1 - x_i) + \sum_{j=1}^{NP} \Delta p_j A_j (a \cos \beta_2 - x_j) \right] \quad (41)$$

Procediendo de manera similar al caso anterior se llega a la forma adimensional de la ecuación de movimiento para el sistema compuesto por dos alas delta en tándem, esta es:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{1}{2I_{33}} \left[\sum_{i=1}^{NP} \Delta C p_i A_i (a \cos \beta_1 - x_i) + \sum_{j=1}^{NP} \Delta C p_j A_j (a \cos \beta_2 - x_j) \right] \quad (42)$$

10 INTEGRACIÓN DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO

Para la integración de las ecuaciones de movimiento se utilizó un método predictor corrector desarrollado por Preidikman y Mook⁴. El mismo emplea el método de Hamming de cuarto orden. En la Figura 11 se muestra esquemáticamente el proceso utilizado para llevar a cabo la integración numérica.

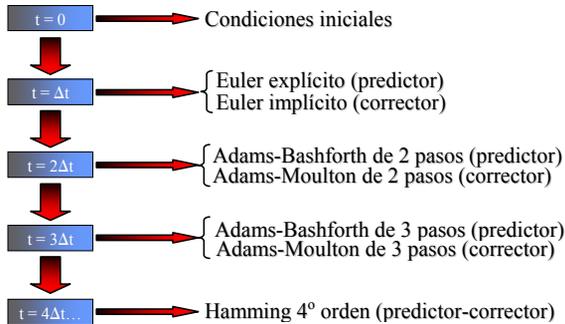


Figura 11: Esquema de integración

11 RESULTADOS OBTENIDOS

Una vez desarrollado el código para calcular las cargas aerodinámicas se realizó una validación del mismo con resultados experimentales obtenidos por Peckham⁵. Los mismos contienen valores del coeficiente de fuerza normal en función del ángulo de ataque. La comparación entre los resultados numéricos y los experimentales puede observarse en la Figura 12. Para ajustar los resultados a dicha curva es necesario utilizar un parámetro denominado “cutoff” que puede encontrarse en distintas referencias^{6,7}. Dicho parámetro se utiliza para evitar que se induzcan velocidades muy grandes cuando dos segmentos vorticosos están muy cerca. Esta limitación no va en contra de la “física” del problema ya que en la realidad las velocidades inducidas en estos casos no pueden ser infinitas, o muy grandes, porque a partir de cierto punto la viscosidad del fluido comienza a ser relevante, por más pequeña que esta sea.

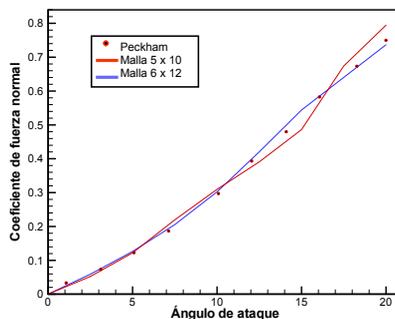


Figura 12: Comparación con resultados experimentales

Además de realizar esta comparación con resultados experimentales, se comparó la forma

de la estela en estado estacionario con resultados obtenidos por Mook et al⁸ utilizando el UVLM, lográndose muy buena concordancia. La Figura 13 muestra la forma de la estela para una discretización utilizada en dicha referencia.

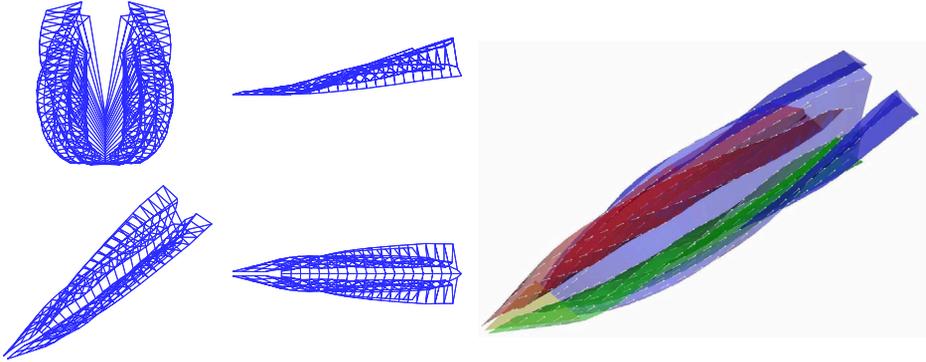


Figura 13: Estelas en estado estacionario

El código desarrollado permite además determinar el campo de velocidades, con lo que se pueden obtener visualizaciones de las líneas de corriente y el campo de velocidades mismo como se muestra en la Figura 14.

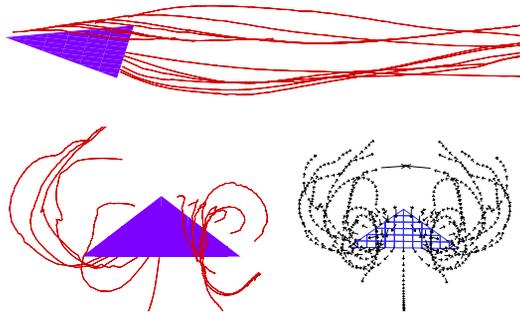


Figura 14: Líneas de corriente

Debido a que las simulaciones dinámicas parten desde una condición inicial que no es el reposo, el código desarrollado permite además “liberar” el sistema una vez que este ha llegado al estado estacionario, como puede observarse en la Figura 15. De esta manera las simulaciones comienzan con la fuerza normal correspondiente a la condición inicial dada.

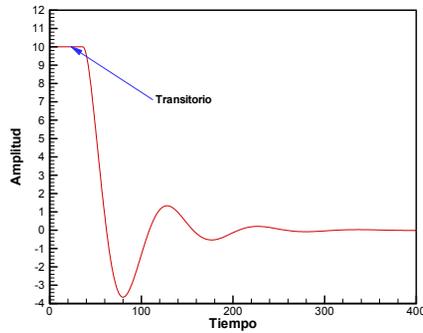


Figura 15: Simulación con transitorio

En la Figura 16 puede observarse la respuesta del sistema compuesto por un ala delta, para una misma condición inicial, al variar la longitud de la cola. Dicha longitud se halla adimensionalizada en función de la cuerda. Como puede apreciarse el tiempo de respuesta disminuye a medida que aumenta la longitud de la cola. Extiéndase por tiempo de respuesta el correspondiente al instante en que el aerogenerador está alineado con la corriente libre.

La variación del tiempo de respuesta del modelo 1 al variar la inercia del aerogenerador puede observarse en la Figura 17. En el mismo se aprecia que al disminuir la inercia del aerogenerador disminuye el tiempo de respuesta, situación que era previsible.

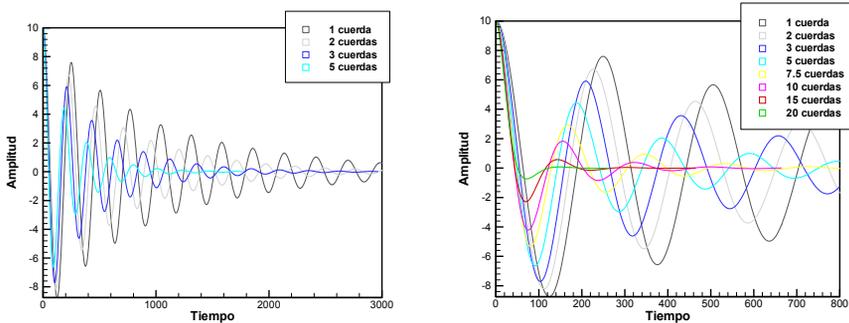


Figura 16: Respuesta del modelo 1 al variar la longitud de la cola

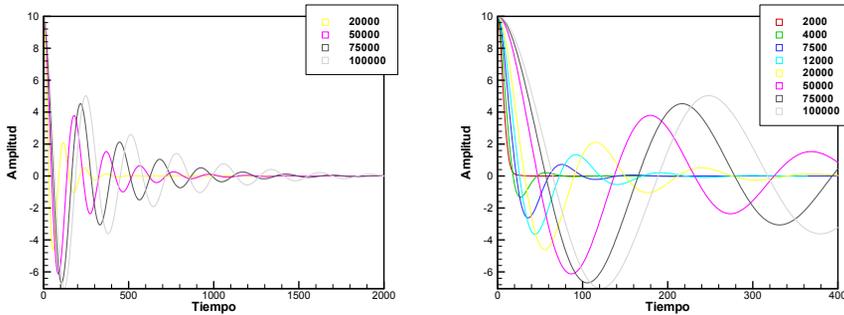


Figura 17: Respuesta del modelo 1 al variar la inercia del aerogenerador

Para el segundo sistema, compuesto por dos alas delta en posición vertical, los resultados obtenidos al variar la longitud de la cola pueden observarse en la Figura 18, donde al igual que en el caso anterior, como era de esperar, el tiempo de respuesta disminuye al aumentar la longitud de la cola. Cabe aclarar que en este caso la longitud de la cola también se encuentra adimensionalizada con respecto a la cuerda del ala, pero en este caso, para permitir comparar los resultados entre uno y otro sistema se procedió de manera diferente. Se estableció como base de comparación la superficie alar de cada sistema y la longitud total del sistema, que sería equivalente, en cierto sentido, a la cantidad de material necesario para construir cada uno de los sistemas. Por lo tanto ambos sistemas tienen la misma superficie sustentadora. En consecuencia, la longitud de la cola a la que se hace referencia en la Figura 18 está hecha en relación a la longitud de la cuerda del sistema equivalente compuesto por un ala.

Al variar la inercia de este sistema se obtienen los resultados que se muestran en la Figura 19, aquí también puede observarse que al aumentar la inercia del aerogenerador aumenta el tiempo de respuesta. Para este sistema también se analizó la variación del tiempo de respuesta al variar el ángulo entre las alas. Como muestra la Figura 20-a, al aumentar dicho ángulo disminuye el tiempo de respuesta.

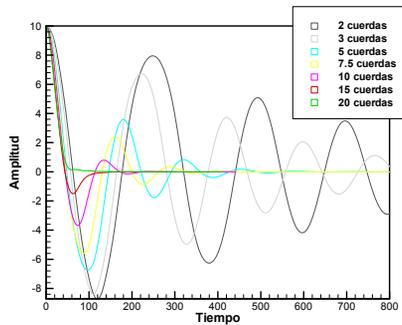


Figura 18: Respuesta del modelo 2 al variar la longitud de la cola

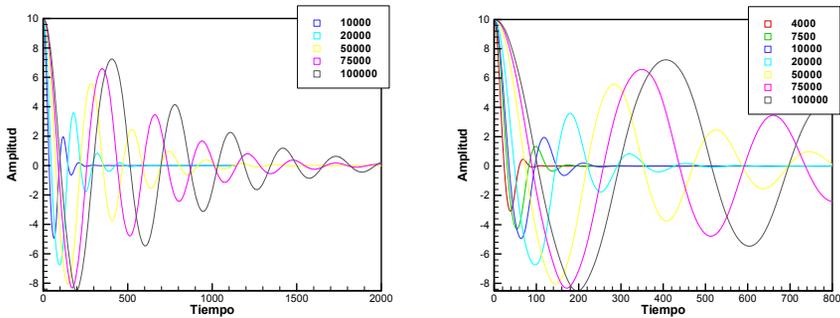


Figura 19: Respuesta del modelo 2 al variar la inercia del aerogenerador

Por ultimo se analizó como era afectado el tiempo de respuesta al modificar la distancia relativa entre las alas, dicha distancia se encuentra adimensionalizada en función de la longitud de los paneles en la dirección de la cuerda, que como se ha visto es unitaria. Como se observa en la Figura 20-b, los cambios no son significativos. Estas diferencias se deben a la interferencia aerodinámica entre ambas alas.

A continuación se realizó una comparación entre ambos sistemas. Dicha comparación se ha realizado en base a lo explicado anteriormente. Es decir, ambos sistemas poseen la misma inercia, la misma superficie alar y la misma longitud total. Como puede observarse en la Figura 21, el sistema compuesto por dos colas tiene un tiempo de respuesta más largo que el sistema compuesto por un ala delta. Esto se repite en todos los casos analizados, es decir, utilizando el sistema de una sola ala delta en posición vertical se consigue alinear en menor tiempo el aerogenerador con respecto a la dirección del viento.

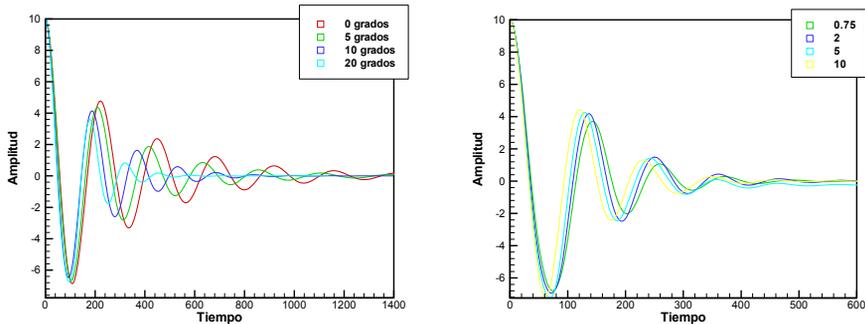


Figura 20: a) Respuesta del modelo 2 al variar el ángulo entre las alas y b) al variar la distancia entre las alas

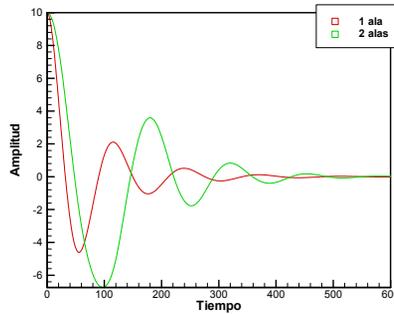


Figura 21: Comparación entre ambos modelos

12 CONCLUSIONES

Se desarrolló un código para llevar a cabo simulaciones numéricas del comportamiento aeroelástico del control de actitud de un generador eólico mediano. El código incorpora un modelo aerodinámico inherentemente no-lineal y no-estacionario. Este modelo permite evaluar las cargas aerodinámicas en alas delta considerando efectos de separación en el borde de ataque, sin importar la forma, el ángulo de ataque o la combadura. Permite además obtener como parte de la solución la distribución de vorticidad y la posición de las estelas, y tener en cuenta las interferencias aerodinámicas alas-alas, alas-estelas y estelas-estelas. El código es capaz de simular movimientos arbitrarios de las alas delta que conforman el sistema de control. Mediante el uso de esta herramienta es posible determinar la configuración más adecuada del sistema de control de actitud de un aerogenerador mediano de manera de optimizar su funcionamiento y aumentar su rendimiento. Ya que el proyecto del que forma parte este trabajo tiene como objetivo final el análisis completo del aerogenerador, el código aquí presentado puede ser implementado como una parte componente de un código más general que permita realizar simulaciones aeroservoelásticas del sistema compuesto por el generador, el rotor, la cola, la estructura portante y la electrónica de potencia.

13 REFERENCIAS

- [1] G. O. García y S. Preidkman, “Desarrollo de Tecnologías para Micro-Centrales Electro-Eólicas,” OC-AR-PICT No. 11-6515, Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica, 1999.
- [2] D. T. Mook and S. A. Maddox, “An Extension of a Vortex-Lattice Method to Include the Effects of Leading-Edge Separation,” *Journal of Aircraft*, Vol. 11, No. 2, pp. 127-128, Feb. 1974.
- [3] H. Baruh, *Analytical Dynamics*, McGraw-Hill, New York, 1999.
- [4] S. Preidkman and D. T. Mook, “Time-Domain Simulations of Linear and Nonlinear Aeroelastic Behavior,” *Journal of Vibration and Control*, Vol. 6, No. 8, pp. 1135-1175, Nov. 2000.

- [5] D. H. Peckham, "Low-Speed Wind-Tunnel Tests on a Series of Uncambered Slender, Pointed Wings with Sharp Edges," R&M 3186, British Aeronautical Research Council, London, 1958.
- [6] O. A. Kandil, D. T. Mook and A. H. Nayfeh, "Nonlinear Prediction of the Aerodynamic Loads on Lifting Surfaces," *Journal of Aircraft*, Vol. 13, pp 22-28, Jan. 1976.
- [7] D. Levin and J. Katz, "Vortex-Lattice Method for the Calculation of the Nonsteady Separated Flow over Delta Wings," *Journal of Aircraft*, Vol. 18, pp 1032-1037, 1981.
- [8] P. Konstantinopoulos, D. F. Thrasher, D. T. Mook, A. H. Nayfeh and L. Watson, "A Vortex-Lattice Method for General, Unsteady Aerodynamics," *Journal of Aircraft*, Vol. 22, No. 1, pp 43-49, Jan. 1985.