SIMULAÇÃO DE GRANDES ESCALAS UTILIZADA PARA CONVECÇÃO MISTA EM CAVIDADES

Marcio de Oliveira^{*} and Genésio José Menon[†]

* Departamento de Engenharia Mecânica Universidade Federal de Itajubá, UNIFEI Av BPS, 1303, Itajuba ,MG , Brasil e-mail: maroli@iem.efei.br, web page: <u>http://www.efei.br</u>

[†] Departamento de Engenharia Mecânica Universidade Federal de Itajubá, UNIFEI Av BPS, 1303, Itajuba ,MG , Brasil e-mail: genesio@iem.efei.br, web page: <u>http://www.efei.br</u>

Palavras Chaves: Simulação em Grandes Escalas, Turbulência, Convecção Mista, Cavidades.

Resumo. Neste trabalho é realizado um estudo numérico de convecção mista em cavidades retangulares utilizando simulação de grandes escalas. Foi utilizado o modelo de turbulência sub-malha baseado na teoria de transferência de vorticidade. O escoamento é estudado para alguns números de Rayleigh e números de Reynolds para razão de aspecto A=1. O método numérico utilizado é volumes finitos com o método Simple para acoplamento pressão-velocidade. O número de Nusselt, velocidade média e temperatura são avaliados e são comparados com resultados numéricos e experimentais encontrados na literatura.

1 INTRODUÇÃO

Encontram-se muitos trabalhos na literatura, relacionados ao estudo de convecção mista para diversos tipos de geometria. Na engenharia, de forma geral, os problemas que são encontrados tais como: resfriamento eletrônico, controle térmico de ambiente, etc. motivam para estudo deste tipo de problema. A seguir serão apresentados trabalhos teóricos relevantes encontrados na literatura.

Cortella et al.¹ apresentaram em seu trabalho o estudo da distribuição de velocidades e temperaturas em um refrigerador. O método utilizado é o de elementos finitos. O código computacional é baseado na formulação de vorticidade e função corrente, incorporando um modelo de turbulência LES, onde os fluxos turbulentos são estimados baseados na teoria de transferência de vorticidade (TTV). Este modelo de turbulência LES, também apresentado por Lardat e Ta Phuoc²; Saro, Manzan e Cortella³ será utilizado no presente trabalho com algumas adaptações.

No seu trabalho, Zhang et al.⁴ estudaram a convecção natural, convecção forçada e convecção mista em cavidades. Utilizaram simulação de grandes escalas com o modelo dinâmico filtrado sub-malha como modelo de turbulência. Alguns resultados da velocidade do ar, temperatura do ar e distribuição da turbulência são apresentados e comparados com resultados experimentais.

Peng et al.⁵ estudaram a convecção natural para baixos números de Rayleigh utilizando o modelo k- ω como modelo de turbulência. Também estudaram a convecção mista em uma cavidade retangular de geometria e condições idênticas ao utilizado no trabalho de Zhang et al.⁴, apresentando diversos resultados.

Um estudo numérico de escoamento com convecção mista em uma cavidade com paredes verticais isotérmicas foi realizado por Angirasa⁶. O escoamento é estudado em detalhes. São apresentados resultados da evolução do número de Nusselt para alguns números de Grashof. Também são apresentados alguns resultados da distribuição da temperatura e das linhas de corrente na cavidade.

No presente trabalho estuda-se a convecção mista em uma cavidade retangular, originados pela forças de empuxo e pela circulação de fluido que entra na cavidade a uma certa velocidade e temperatura. Um programa computacional foi desenvolvido em linguagem FORTRAN, utilizando o método de volumes finitos.

2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

A geometria estudada é apresentada na figura 1. Uma cavidade retangular de domínio Ω , com altura H e largura L é considerada. Na parte superior esquerda da cavidade, superfície S₂, existe uma abertura para a entrada de fluido com dimensão h_{in}. O fluido entra com uma velocidade u_{in} e temperatura T_C. Na parte inferior direita, superfície S₅ existe uma abertura para a saída do fluido com dimensão h_{out}. A superfície horizontal inferior S₆ possui temperatura T_H e as demais superfícies: S₁, S₃ e S₄ possuem temperatura T_C.



Figura 1 - Geometria estudada e malha utilizada.

2.1 Hipóteses para o problema

As seguintes hipóteses serão consideradas nos problemas estudados:

- (i) regime não permanente;
- (ii) escoamento bidimensional;
- (iii) escoamento incompressível;
- (iv) regime turbulento;

(v) as propriedades do fluido são constantes, exceto a massa específica nos termos de empuxo.

2.2 Formulação Matemática

As equações de conservação de massa, conservação de quantidade de movimento e a equação da energia, os quais governam o escoamento e o campo térmico são rescpectivamente:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_{i}}{\partial t} + \frac{\partial u_{i}u_{j}}{\partial x_{j}} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_{i}} + \frac{\partial}{\partial x_{j}}\left\{\frac{\mu}{\rho}\left[\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial u_{j}}{\partial x_{i}}\right]\right\} + g\beta(T - T_{0})\delta_{2j}, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{u}_{j} \mathbf{T}}{\partial \mathbf{x}_{j}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_{j}} \left[\frac{\Gamma}{\rho} \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{x}_{j}} \right] + S, \qquad (3)$$

onde u_i são as componentes de velocidades na direção x e y respectivamente, p é a pressão, T é a temperatura, μ é o coeficiente de viscosidade, Γ é a difusividade térmica, β e coeficiente de expansão volumétrico, g a aceleração da gravidade e S o termo fonte. Na equação 2, o último termo representa o termo de empuxo onde se considera a relação de Boussinesq, onde T_0 é a temperatura de referência, dado por:

$$T_0 = (T_H + T_C)/2,$$
 (4)

De foma análoga ao praticado na decomposição de Reynolds, a quantidade φ é decomposto em:

$$\varphi = \overline{\varphi} + \varphi', \tag{5}$$

onde $\overline{\varphi}$ é a componente de grande escala e φ' é a componente de pequena escala.

Aplicando-se a operação de filtragem nas equações de conservação, onde foi utilizado a função filtro por volume, conforme é apresentado no trabalho de Krajnovic⁷, considerando que a massa específica é constante, obtém-se as seguintes equações filtradas:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \qquad (6)$$

$$\frac{\partial \overline{u}_{i}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u}_{i}\overline{u}_{j}}{\partial x_{j}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_{i}} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left\{ \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\partial \overline{u}_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial \overline{u}_{j}}{\partial x_{i}} \right] \right\} + g\beta \left(\overline{T} - T_{0} \right) \delta_{2j}, \tag{7}$$

$$\frac{\partial \overline{T}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_j T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\Gamma}{\rho} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} \right] + S.$$
(8)

Na equação (6) da quantidade de movimento e equação (7) de energia, tem-se os produtos de variáveis filtradas $\overline{u_i u_j}$ e $\overline{u_j T}$, que representam o transporte turbulento de quantidade de movimento e de calor respectivamente, entre as grandes escalas e escalas sub-malha. Decompondo em componentes de escalas resolvida e sub-malha obtem-se:

$$\overline{\mathbf{u}_{i}\mathbf{u}_{j}} = \overline{\overline{\mathbf{u}_{i}}\overline{\mathbf{u}_{j}}} + \overline{\overline{\mathbf{u}_{i}}\mathbf{u}_{j}} + \overline{\overline{\mathbf{u}_{i}}\overline{\mathbf{u}_{j}}} + \overline{\overline{\mathbf{u}_{i}}\overline{\mathbf{u}_{j}}}, \qquad (9)$$

$$\overline{u_j T} = \overline{\overline{u_j} \overline{T}} + \overline{\overline{u_j} T'} + \overline{u_j' \overline{T}} + \overline{u_j' \overline{T}} + \overline{u_j' T'}.$$
(10)

Pode-se escrever em função de tensores adicionais:

$$\overline{\mathbf{u}_{i}\mathbf{u}_{j}} = \overline{\mathbf{u}}_{i}\overline{\mathbf{u}}_{j} + \mathbf{L}_{ij} + \mathbf{C}_{ij} + \mathbf{R}_{ij}, \qquad (11)$$

$$\overline{\mathbf{u}_{j}\mathbf{T}} = \overline{\mathbf{u}}_{j}\overline{\mathbf{T}} + \mathbf{L}_{\theta j} + \mathbf{C}_{\theta j} + \boldsymbol{\theta}_{ij}.$$
(12)

onde:

$$L_{ij} = \overline{\overline{u_i \, u_j}} - \overline{u_i \, \overline{u_j}}, \qquad (13)$$

$$C_{ij} = \overline{\overline{u}_i u_j} + \overline{u_j \overline{u}_i}, \qquad (14)$$

$$\mathbf{R}_{ij} = \overline{\mathbf{u}_i \mathbf{u}_j}, \qquad (15)$$

$$L_{\theta j} = \overline{\overline{u_i} \overline{T}} - \overline{u_i} \overline{T}, \qquad (16)$$

$$\mathbf{C}_{0j} = \overline{\mathbf{u}_j \mathbf{T}} + \overline{\mathbf{u}_j \mathbf{T}}, \qquad (17)$$

$$\theta_{ij} = \overline{u'_j T'} \,. \tag{18}$$

 L_{ij} é o tensor de Leonard, C_{ij} o tensor Cruzado, R_{ij} o tensor de Reynolds sub-malha, L_{0j} o fluxo turbulento de Leonard, C_{0j} o fluxo turbulento Cruzado e θ_{ij} o fluxo turbulento sub-malha.

Os termos de Leonard e Cruzado, conforme Padilla⁸, podem ser desprezados. Conforme apresenta Krajnovic⁷ tem-se as propriedades dadas pelas equações (19) e (20), as quais serão utilizadas nas deduções das equações.

$$\overline{\mathbf{u}_i \, \mathbf{u}_j} = \overline{\mathbf{u}_i \, \mathbf{u}_j},\tag{19}$$

$$\mathbf{u}_{i}^{'} \overline{\mathbf{u}_{j}} = \overline{\mathbf{u}}_{i} \mathbf{u}_{j}^{'} = \mathbf{0}.$$

$$(20)$$

Como resultado do cálculo das médias em cada célula da malha, as equações de conservação tornam-se:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \qquad (21)$$

$$\frac{\partial \overline{u}_{i}}{\partial t} + \frac{\partial \left(\overline{u}_{i} \overline{u}_{j}\right)}{\partial x_{j}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_{i}} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left\{ \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\partial \overline{u}_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial \overline{u}_{j}}{\partial x_{i}} \right] \right\} + \frac{\partial \left(-\overline{u}_{i} \overline{u}_{j} \right)}{\partial x_{j}} + g\beta(\overline{T} - T_{0})\delta_{2j}, \quad (22)$$

$$\frac{\partial \overline{T}}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{u}_{j} \overline{T})}{\partial x_{j}} = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\frac{\Gamma}{\rho} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_{j}} \right] + \frac{\partial (\overline{u'_{j} T'})}{\partial x_{j}}.$$
 (23)

A equação de quantidade de movimento pode ser rescrita como:

$$\frac{\partial \overline{u}_{i}}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{u}_{i} \overline{u}_{j})}{\partial x_{j}} + \left[\frac{\partial (\overline{u}_{i} \overline{u}_{j})}{\partial x_{j}} - \frac{\partial (\overline{u}_{i} \overline{u}_{j})}{\partial x_{j}} \right] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_{i}} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left\{ \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\partial \overline{u}_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial \overline{u}_{j}}{\partial x_{i}} \right] \right\} + \left[\frac{\partial (\overline{u}_{i} \overline{u}_{j})}{\partial x_{j}} - \frac{\partial (\overline{u}_{i} \overline{u}_{j})}{\partial x_{j}} \right] + g\beta(\overline{T} - T_{0})\delta_{2j}$$

$$(24)$$

Sendo μ constante, vem:

$$\frac{\partial \overline{u}_{i}}{\partial t} + \frac{\partial \left(\overline{u}_{i} \ \overline{u}_{j}\right)}{\partial x_{j}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_{i}} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left(\frac{\partial \overline{u}_{i}}{\partial x_{j}}\right) + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_{i}} \left(\frac{\partial \overline{u}_{j}}{\partial x_{j}}\right) + \frac{\partial \left(\overline{u}_{i} \ \overline{u}_{j}\right)}{\partial x_{j}} - \frac{\partial \left(\overline{u}_{i} \ \overline{u}_{j}\right)}{\partial x_{j}}.$$
 (25)

Considerando massa específica constante, da equação de conservação de massa vem:

$$\mu \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_{i}} \left(\frac{\partial \overline{\mathbf{u}}_{j}}{\partial \mathbf{x}_{j}} \right) = 0, \qquad (26)$$

e introduzindo o tensor deformação sub-malha:

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j}, \qquad (27)$$

as equações de conservação tornam-se:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \qquad (28)$$

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{u_i} \ \overline{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \nu \left(\frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_j \partial x_j} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} + g\beta (\overline{T} - T_0) \delta_{2j}, \tag{29}$$

$$\frac{\partial \overline{T}}{\partial t} + \frac{\partial \left(\overline{u}_{j} \overline{T}\right)}{\partial x_{j}} = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\alpha \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_{j}} \right] + \frac{\partial \theta_{ij}}{\partial x_{j}}.$$
(30)

onde v é viscosidade cinemática do fluido, α é a difusividade térmica e calculada por: $\alpha = v/Pr$. Sendo Pr o número de Prandtl. Os tensores τ_{ij} e θ_{ij} que aparecem nas equações (29) e (30) serão modelados na seção 3.

O número Rayleigh e a razão de aspecto são definidos, respectivamente, por:

$$Ra = \frac{g\beta(T_{\rm H} - T_{\rm C})H^3}{v^2} Pr , \qquad (31)$$

$$A = \frac{H}{L} = 1$$
(32)

3 MODELOS SUB-MALHA

Muitos modelos de escala sub-malha utilizam a hipótese do gradiente de difusão, similar a hipótese de Boussinesq o qual expressa o tensor de Reynolds sub-malha em função da taxa de deformação e da energia cinética. Conforme pode ser visto em Neto⁹ o tensor de Reynolds é definido como:

$$\tau_{ij} = -2\nu_{\rm T} \overline{S}_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{S}_{kk} , \qquad (33)$$

onde v_T é a viscosidade turbulenta, δ_{ij} é o delta de Kronecker e \bar{S}_{ij} é o tensor taxa de deformação dado por:

$$\bar{\mathbf{S}}_{ij} = \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}_i}{\partial \mathbf{x}_j} + \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}_j}{\partial \mathbf{x}_i}\right). \tag{34}$$

Substituindo \bar{S}_{ij} na equação (28) obtém-se:

$$\frac{\partial \overline{u}_{i}}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{u}_{i} \overline{u}_{j})}{\partial x_{j}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_{i}} + \nu \left(\frac{\partial^{2} \overline{u}_{i}}{\partial x_{j} \partial x_{j}} \right) + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left\{ \nu_{T} \left[\frac{\partial \overline{u}_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial \overline{u}_{j}}{\partial x_{i}} \right] \right\} + g\beta (\overline{T} - T_{0}) \delta_{2j}. \quad (35)$$

De maneira semelhante obtemos a equação de energia:

$$\frac{\partial \overline{T}}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{u}_{j} \overline{T})}{\partial x_{j}} = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[(\alpha + \alpha_{T}) \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_{j}} \right].$$
(36)

onde a difusividade térmica turbulenta é calculada por:

$$\alpha_{\rm T} = \nu_{\rm T} / \Pr_{\rm t} \,. \tag{37}$$

onde Prt é o número de Prandtl turbulento (Prt=0,4).

Os modelos sub-malha propõem a seguinte expressão para a viscosidade turbulenta v_T :

$$\mathbf{v}_{\mathrm{T}} = \mathbf{c}\,\ell\,\mathbf{q}\,,\tag{38}$$

onde c é uma constante adimensional, $\ell e q$ são os comprimentos de escala e velocidade respectivamente:

O parâmetro ℓ é relacionado como tamanho do filtro utilizado e geralmente é definido para o caso bidimensional como:

$$\ell = \overline{\Delta} = (\Delta_1 \Delta_2)^{1/2}, \tag{39}$$

onde Δ_1 e Δ_2 são os comprimentos do filtro nas direções x e y.

3.1 Modelo Sub-malha de Smagorinsk

Este modelo baseia-se na hipótese de equilíbrio entre a as tensões turbulentas sub-malha e a dissipação viscosa:

$$-\tau_{ij}S_{ij} = \varepsilon.$$
(40)

A dissipação viscosa é modelada como:

$$\varepsilon \approx \frac{q^3}{\ell} \,. \tag{41}$$

E da equação (29) substituida na equação (26) e com a (32) obtém-se:

$$\mathbf{q} \approx \ell \left| \mathbf{\bar{S}} \right| \,, \tag{42}$$

onde

$$\left| \overline{\mathbf{S}} \right| = \left(2\overline{\mathbf{S}}_{ij} \overline{\mathbf{S}}_{ij} \right)^{1/2}.$$
(43)

Pode-se escrever que a viscosidade turbulenta é dado por:

$$\mathbf{v}_{\mathrm{T}} = \left(\mathbf{C}_{\mathrm{s}}\,\overline{\Delta}\right)^{2} \left|\,\overline{\mathbf{S}}\,\right|,\tag{44}$$

onde $C_s = 0,1 \text{ é}$ a constante de Smagorinsk.

3.2 Modelo Baseado na Teoria de Transferência de Vorticidade (TTV)

Neste modelo de turbulência implementado, os fluxos turbulentos são determinados baseado na teoria de transferência de vorticiade (TTV) conforme é apresentado por Cortella et al.¹; Lardat e Ta Phuoc²; Saro, Manzan e Cortella³. Neste modelo a viscosidade turbulenta é calculada pela seguinte equação:

$$v_{\rm T} = \left(c\,\overline{\Delta}\right)^3 \left[\left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\omega}{\partial y}\right)^2 \right]^{1/2},\tag{45}$$

onde ω é a vorticidade, dada por:

$$\omega = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{y}},\tag{46}$$

c é a constante adimensional, aproximada por c = 0,2 e $\overline{\Delta}$ é a dimensão do filtro dado por:

$$\overline{\Delta} = (\Delta_1 \Delta_2)^{1/2} \,. \tag{47}$$

4 CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO

A partir deste ponto do trabalho, serão omitidas as barras que indicam os valores médios do

tipo \overline{T} e \overline{u} . Na figura 1 mostra-se a cavidade onde foram impostas as seguintes condições iniciais e de contorno:

(10)

$\operatorname{Em} \Omega$:	u(x,y,0) = 0, v(x,y,0) = 0, 1(x,y,0) = 0;		(48)
$Em S_1$:	$u = v = 0, T = T_C$	(superficie isotérmica);	(49)
$Em S_2$:	$u = u_{in}, v = 0 T = T_C,$	(Entrada do Fluído);	(50)
$Em S_3$:	$u = v = 0, T = T_C$	(superfície isotérmica)	(51)
$Em S_4$:	$u = v = 0, T = T_C$	(superfície isotérmica).	(52)
Em S ₅ :	$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, v = 0, \frac{\partial T}{\partial x} = 0$	(Saída do Fluído).	(53)
Em S ₆ :	$u = v = 0, T = T_{H}$	(superfície isotérmica).	(54)

5 MÉTODO NUMÉRICO

Um programa computacional foi desenvolvido em linguagem FORTRAN, onde as equações de conservação foram discretizadas através do método dos volumes finitos. São utilizados os esquemas Upwind e Diferença Central para os fluxos convectivos e o esquema Diferença Central para os fluxos difusivos. O arranjo de malha utilizado foi o co-localizado. A malha gerada é a malha cartesiana não uniforme. Para o acoplamento entre a pressão e a velocidade foi utilizado o método SIMPLE. Para o cálculo do sistema de equações obtidos é utilizado o método iterativo SIP (Strongly Implicit Procedure). O modelo de turbulência TTV foi implementado no código computacional desenvolvido. Alguns detalhes dos métodos numéricos utilizados podem ser vistos em Maliska¹⁰ e Versteeg et al.¹¹.

Os seguintes passos são utilizados para a resolução dos problemas:

- 1) Leitura dos diversos dados iniciais e dados de contorno;
- 2) Cálculo das velocidades u, v ;
- 3) Cálculo de p' e correção das velocidades u, v e da pressão p;
- 4) Cálculo da temperatura T,
- 5) Cálculo da viscosidade turbulenta,
- 6) Volta ao passo 2, incrementando o tempo, caso não atingiu-se o critério de parada.

O número de Nusselt local é calculado por:

$$Nu = -\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{w} \frac{H}{T_{H} - T_{C}}$$
(55)

e o número de Nusselt médio é calculado por:

$$\overline{\mathrm{Nu}} = \frac{1}{\mathrm{L}} \int_0^{\mathrm{H}} \mathrm{Nu} \,\mathrm{dx}$$
 (55)

6 TESTES NUMÉRICOS REALIZADOS

Para validar o código computacional desenvolvido, inicialmente foi realizado um teste de convecção natural turbulenta em uma cavidade quadrada, conforme é apresentado na figura 2(a). Para este caso, as superfícies laterais são isotérmicas, sendo que a superfície S₁ é mantida a temperatura constante T_H e a superfície S₃ é mantida a temperatura constante T_C . As superfícies superior e inferior são isoladas. A figura 2(b) apresenta os resultados do número de Nusselt local do presente trabalho, comparando-os com os resultados experimentais de Tian et al.¹³, para a superfície S₁. O número de Rayleigh é Ra=1,58x10⁹. Os resultados foram satisfatórios.

O segundo teste numérico realizado foi o estudo da convecção mista em uma cavidade quadrada. A figura 3(a) e 3(b) apresentam os resultados da velocidade média u* e da temperatura média T* na cavidade, respectivamente, com dimensões H=L=1,04[m]. A velocidade média u* e a temperatura T* é obtida como a média da grandeza em cada ponto no intervalo de tempo de 400 t₀ a 600 t₀, onde t₀ é dado por t₀ = H/(gβ Δ T H)^{1/2} sendo Δ T = (T_H - T_C). Estes valores foram os mesmos utilizados por Peng et al.¹². Para este caso o fluido entra por uma abertura na parte superior esquerda da cavidade, superfície S₂, com dimensão h_{in} = 0,018[m]. O fluido entra com uma velocidade u_{in} = 0,57[m/s] e temperatura T_C=15 [°C]. O fluido sai por uma abertura na parte inferior direita, superfície S₅, com dimensão h_{out} = 0,024m. A superfície horizontal inferior S₆ possui temperatura T_H=35,5 [°C]. As demais superfícies: S₁, S₃ e S₄ possuem temperatura T_C=15[°C]. O passo de tempo Δ t utilizado para os cálculos foi: Δ t = 0.0131t₀. Estes valores serão utilizados para os todos casos estudados, nos resultados apresentados na seção 7.

Para este teste numérico, o número de Reynolds é calculado por: $\text{Re} = u_{in} h_{in}/v = 678$ e o número de Rayleigh Ra = g $\beta\Delta T H^3/v^2 = 3,259x10^8$.



Figura 3 – (a) Velocidade média na posição x / L = 0.5 (b) Temperatura média [°C].

A seguir passaremos a apresentar os resultados deo estudo da convecção mista em uma cavidade quadrada, para escoamento laminar e turbulento, para alguns números de Rayleigh e números de Reynolds.

7 RESULTADOS

A figura 4 apresenta o número de Nusselt médio versus número de Rayleigh Ra, para os números de Reynolds: 10, 100 e 500. Os resultados são para a superfície quente S_6 e para uma superfície fria S_1 . Observa-se que o número de Nusselt permace com pouca variação para os números de Rayleigh Ra = 0, 10^4 , 10^5 e 10^8 , ou seja, praticamente constante. Somente na



região laminar, isto é, para números de rayleigh baixos tem-se uma maior variação nas curvas.

Figura 4 - Nu x Ra para a superfície S₆ e S₁

A figura 5 apresenta a função corrente e a distribuição de temperatura para o modelo TTV implementado. Os números de Rayleigh e Reynolds são: Ra = 0 e Re = 10. Não temos as forças de empuxo. Tem-se somente convecção forçada devido a entrada do fluído pela abertura na parte superior esquerda da cavidade, superfície S₂.



Figura 5 – Função Corrente ψ e temperatura para Ra = 0 e Re = 10

A figura 6 apresenta a função corrente e a distribuição de temperatura para os números de Rayleigh e Reynolds, respectivamente : Ra = 0 e Re = 100. Com o aumento da velocidade na entrada do fluido, verifica-se uma recirculação do fluido por toda a cavidade. A distribuição de temperatura passa a preencher melhor outras regiões da cavidade, acompanhando a recirculação do fluido.



Figura 6 – Função Corrente ψ e temperatura para Ra = 0 e Re = 100

A figura 7 apresenta a função corrente e a distribuição de temperatura para os números de Rayleigh e Reynolds, respectivamente: Ra = 0 e Re = 500. Verifica-se recirculação do fluido por toda a cavidade juntamente com duas recirculações menores na parte superior e inferior esquerda da cavidade. Também a distribuição de temperatura tendem a acompanhar a recirculação.



Figura 7 – Função Corrente ψ e temperatura para Ra = 0 e Re = 500

A figura 8 apresenta a função corrente e a distribuição de temperatura. Os números de Rayleigh e Reynolds são: $Ra = 10^5$ e Re = 10. Verifica-se que as forças de empuxo exercem significativamente a recirculação do fluido por toda a cavidade, formando pequenas células de

recirculação menores. Verifica-se que a distribuição de temperatura tende a acompanham o movimento do fluido.



Figura 8 – Função Corrente ψ e temperatura para Ra = 10⁵ e Re = 10

A figura 9 apresenta a função corrente e a distribuição de temperatura. Os números de Rayleigh e Reynolds são: $Ra = 10^5$ e Re = 100. Verifica-se que as forças de empuxo exercem significativamente a recirculação do fluido por toda a cavidade, formando pequenas células de recirculação menores.



Figura 9 – Função Corrente ψ e temperatura para Ra = 10⁵ e Re = 100

A figura 10 e 11 apresentam a função corrente e a distribuição de temperatura. Os números de Rayleigh e Reynolds são repectivamente : $Ra = 10^5$; Re = 500 e $Ra = 10^8$; Re = 500. Verifica-se que as forças de empuxo exercem significativamente a recirculação do fluido por



toda a cavidade, formando pequenas células de recirculação menores. Para $Ra = 10^8$ tem-se uma distribuição de temepatura mais complexa devido aos efeitos de turbulência.

Figura 10 – Função Corrente ψ e temperatura para Ra = 10⁵ e Re = 500



Figura 11 – Função Corrente ψ e temperatura para Ra = 10⁸ e Re = 500

8 COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

Neste trabalho estudou-se a convecção mista em uma cavidade quadrada, utilizando o modelo de turbulência baseado na teoria de transferência de vorticiade (TTV).

No primeiro teste numérico foi calculado o número de Nussel local em uma cavidade quadrada, para a superfície quente. Os resultados foram comparados com os resultados experimentais do trabalho de Tian et al.¹³. Verfíca-se boa concordância com os mesmos.

No segundo teste numérico, foram apresentados os resultados da velocidade média e temperatura média em uma cavidade quadrada, com convecção mista. Os resultados foram comparados com os resultados experimentais de Blay et al.¹⁴ e os resultados teóricos de Peng et al.⁵. Verifica-se boa concondância dos resultados da velocidade média com os resultados teóricos de Peng et al.⁵. Para a temperatura os resultados são satisfatórios para somente a regão central da cavidade. Para as regiões próximas as superfícies os resultados não são bons.

Apresentou-se então os resultdados do número de Nusselt médio para os seguintes valores de número de Rayleigh: 0, 10^4 , 10^5 e 10^8 ; e os seguintes números de Reynolds: 10,100 e 500. A figura 4 apresenta estes resultados simplificados, para a superfície quente S₆ e a superfície fria S₁. Verifica-se que o número de Nusselt médio praticamente não varia para cada número de Reynolds. Para valores de Rayleigh baixos(< 10^5), tem-se pequenas variações.

As figuras 5 a 11 apresentam a função corrente e a distribuição de temperatura na cavidade. Verifica-se que a medida que o número de Rayleigh aumenta, as forças de empuxo passam a predominar sobre o fluido. Também com o aumento do número da velocidade de entrada, forma-se uma grande célula de recirculação na cavidade.

O modelo TTV fornece resultados satisfátorios, mas verifica-se a necessidade de melhores resultados para regiões escipecíficas da cavidade. Mais testes deverão ser realizados para melhor avaliação deste modelo de turbulência.

9 REFERÊNCIAS

- G. Cortella, M. Manzan and G. Comini, "CFD Simulation of Refrigerated Display Cabinets", *International Journal of Refrigeration*, 24, 250-260, (2001).
- [2] R. Lardat and L. Ta Phuoc, "Numerical Simulation of Turbulent Flow around a NACA0012 airfoil at 20° of attack", *Num. Methods in Laminar and Turbulent Flow*, 9, 421-432, (1995).
- [3] O. Saro, M. Manzan and G. Cortella, "Finit Element Analysis of Heat Transfer from Jets Impinging on a Surface", *Congresso Nazionale Sulla Transmissione del Calore - UIT*, Proc 16, Italian, 2, 559-569, (1998).
- [4] W. Zhang and Q. Chen, Large eddy simulation of indoor airflow with a filtered dynamic subgrid scale model, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 43, 3219-3231, (2000).
- [5] S. Peng and L. Davidson, "Computation of turbulent buoyant flows in enclosures with low-Reynolds-number k-ω models", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 20, 172-184, (1999).
- [6] D. Angirasa, "Mixed convection in a vented enclosure with na isothermal vertical surface", *Fluids Dynamics Research*, **26**, 219-233, (2000).
- [7] S. Krajnovic, Large Eddy Simulation of the Flow Around a Surface Mounted Single Cube in a Channel, Chalmers University of Technology, Thesis for degree of Master of Science, (1998).
- [8] E. L. M. Padilla, Simulação Numérica de Grandes Escalas com Modelagem Dinâmica,

Aplicada a Convecção Mista, UFU – Universidade Federal de Uberlândia, Dissertação de Mestrado, (2000).

- [9] A. S. Neto, "Simulação de Grandes Escalas de escoamentos Turbulentos", in *Tansição e Turbulência I Escola de Primavera*, Rio de Janeiro, **1**, Cap 4, 157-190, (1998).
- [10] C. R. Maliska, Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional fundamentos e coordenadas generalizadas, Livros Técnicos e Científicos Editora S. A, (1995).
- [11] H. K. Versteeg and W. Malalasekera, An introduction to computational fluid dynamics the finite volume method, Longman Scientific & Techinal, (1995).
- [12] S.H. Peng and L. Davidson, "Large Eddy Simulation for Turbulent Buoyant Flow in a Confined Cavity", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 22, 323-331, (2001).
- [13] Y. S. Tian and T. G. Karayiannis, "Low Turbulence Natural Convection in an Air Filled Square Cavity Part I: The Thermal na Fluid Flow Fields", *International Journal of Heat* and Mass Transfer, 43, 849-866, (2000).
- [14] D. Blay, S. Mergui and C. Niculae, "Confined turbulent mixed convection in the presence of a horizontal buoyant wall jet", *Fundamentals of Mixed Convection*, HTD 213, ASME, (1992).
- [15] Y. S. Tian, T. G. Karayiannis, "Low Turbulence Natural Convection in an Air Filled Square Cavity Part II: The Turbulence Quantities", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 43, 867-884, (2000).
- [16] T.Eidson, "Numerical Simulation of the Turbulent Rayleigh-Bénard Problem Using Subgrid Modelling", *Journal Fluid Mech*, **158**, 245-268, (1985).
- [17] A. M. Lankhorst, Laminar and Turbulent natural Convection in cavities Numerical Modelling and Experimental Validation, Ph.D. Thesis, Technology University of Delft, The Netherlands, (1991).
- [18]O. Métais and M. Lesieur, "Spectral and large-eddy simulation of isotropic and stabrlystratified turbulence", *Journal Fluid Mech*, 239, 157-194, (1996).
- [19] P. Majander, *Developments in Large Eddy Simulation*, Helsinki University of Technology, Report No. 128, (2000).
- [20] S.H. Peng and L. Davidson, "Comparison of Subgrid-scale Models in LES for Turbulent Convection Flow With Heat Transfer", *Turbulent Heat Trans.*, 2, 5.24-5.35, (1998).
- [21] U. Piomelli, "Large Eddy Simulation: Achievements and Challenges", *Progress in Aerospace Sciences*, **35**, 335-362, (1999).