

## SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DE ESTRUTURAS DE CONCRETO POR MEIO DA MECÂNICA DO DANO

Gustavo A. Guello<sup>\*</sup>, Túlio N. Bittencourt<sup>\*</sup>, e Sérgio Proença<sup>†</sup>

<sup>\*</sup> Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundação  
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
Av. Prof. Almeida Prado tv.2, n.271, Cidade Universitária – São Paulo – SP – Brasil - CEP: 05508-900  
e-mail: [tulio.bittencourt@poli.usp.br](mailto:tulio.bittencourt@poli.usp.br), web page: <http://www.pef.usp.br>

<sup>†</sup> Departamento de Engenharia de Estruturas  
Escola de engenharie de São Carlos - USP  
Av. Trabalhador Sancarlenense, 400, Centro - São Carlos - SP – Brasil - CEP:13566-590  
e-mail: [persival@sc.usp.br](mailto:persival@sc.usp.br), web page: <http://www.set.eesc.sc.usp.br/>

**Key words:** mecânica do dano, elementos finitos, computação gráfica.

**Abstract.** Neste trabalho são apresentados aspectos relativos à modelagem de estruturas de concreto por meio da Mecânica do Dano.

*Algumas evidências experimentais revelam uma degradação das propriedades do concreto quando submetido a carregamentos monotônicos crescentes. O modelo de dano de Mazars é apresentado como uma forma de representar este fenômeno de perda de resistência. Este modelo foi escolhido por ser simples, uma vez que utiliza uma grandeza escalar para representar a danificação do material.*

*O modelo foi implementado no sistema **QUEBRA2D-FEMOOP**. O **QUEBRA2D** é um programa gráfico responsável pelo pré e pós-processamento, enquanto o **FEMOOP** é um pacote de elementos finitos incumbido da análise tensão-deformação.*

*Alguns exemplos e dificuldades na implementação do modelo de dano de Mazars são apresentados neste trabalho.*

## 1 INTRODUÇÃO

A mecânica do dano contínuo é uma ferramenta para análise da deterioração do material em sólidos submetidos a ação de natureza mecânica ou térmica. Enquanto a mecânica da fratura lida com as condições de propagação de fissuras macroscópicas, a mecânica do dano contínuo estuda o efeito de microfissuras distribuídas na resposta do material. A teoria do dano descreve localmente a evolução dos fenômenos que se desenvolvem entre um estado inicial, relativo a uma situação de material íntegro, e um estado final, representado pela perda total da resistência. No caso do concreto, um material no qual a fissuração é o fenômeno dominante no comportamento não-linear, a mecânica do dano é sem dúvida capaz de formular modelos realistas.

O dano não é uma grandeza física mensurável diretamente, mas no âmbito de uma modelagem matemática é possível quantificá-la através de uma redução progressiva de uma propriedade mecânica global, como por exemplo, a rigidez do material.

O modelo de dano escolhido para estudo foi o modelo de Mazars. A grande vantagem do modelo é sua simplicidade, pois sua calibração exige apenas ensaios simples de tração e compressão. Ele também permite o estudo de fadiga com a inserção de pequenas modificações.

Este modelo foi implementado no sistema computacional Quebra2D-Femoop desenvolvido pelo LMC em conjunto com o Grupo de Tecnologia em Computação Gráfica (TecGraf) do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio. Neste mesmo ambiente também estão implementados modelos baseados na mecânica da fratura para a simulação de propagação de fissuras coesivas ou não-coesivas, além da análise de fadiga.

O QUEBRA2D é um sistema que explora recursos de computação gráfica para modelagem e visualização bidimensionais de sólidos contendo fissuras arbitrárias. O programa QUEBRA2D foi utilizado como interface para o programa FEMOOP (Finite Element Method - Object Oriented Programming), também desenvolvido no LMC e TecGraf, que é o responsável pela análise estrutural com a simulação da evolução do dano.

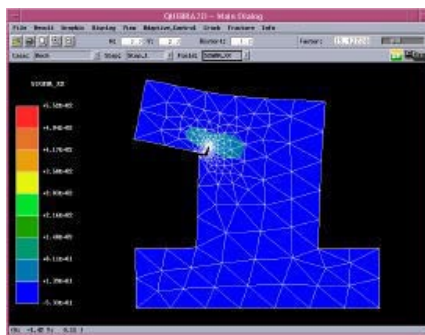


Figura 1 – Tela de pós-processamento do QUEBRA2D

O programa FEMOOP é baseado no paradigma da programação orientada para objetos, sendo desenvolvido utilizando-se a linguagem de programação C++. Um dos benefícios mais importantes da programação orientada para objetos é a extensibilidade do código, permitindo que novas implementações sejam feitas com pequeno impacto sobre o código já existente.

Este trabalho está inserido nas atividades do grupo de Mecânica da Fratura e Mecânica do Dano que desenvolve uma série de modelos para previsão do comportamento do concreto dentro do Laboratório de Mecânica Computacional (LMC) da Universidade de São Paulo.

## 2 EXEMPLOS

### 2.1 Exemplo de viga parede

#### 2.1.1 Descrição do problema

O problema consiste em uma viga parede de 2,7 m de comprimento por 0,5 m de altura e 0,2 m de espessura (Figura 2). A viga não possuía nenhum tipo de armadura. A viga foi submetida a um carregamento concentrado simétrico aplicado a 0,225 m do eixo de simetria. Este exemplo foi apresentado por PROENÇA<sup>[3]</sup>.

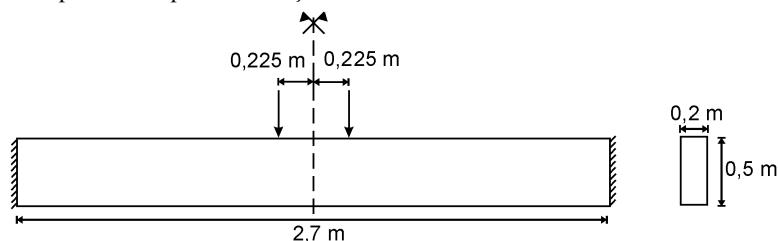


Figura 2 - Geometria da Viga Parede

#### 2.1.2 Análise

A análise da viga parede através do modelo de Dano de Mazars foi feita com o uso do método dos elementos finitos. Para a discretização foram utilizados elementos quadráticos de 8 nós com 4 pontos de Gauss. Foi utilizada uma malha de 24 por 5 elementos para modelar a viga (Figura 3).

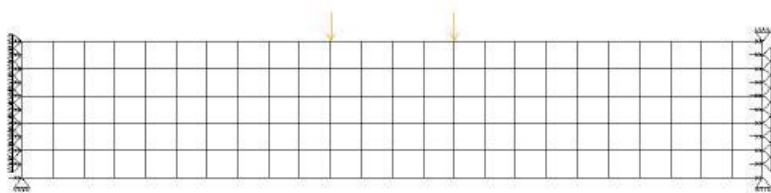


Figura 3 - Malha de Elementos Finitos

Os parâmetros de material utilizado na análise foram:

Concreto	
$E = 24700000 \text{ kN/m}^2$	$A_C = 1,13$
$\nu = 0,2$	$B_C = 1250$
$A_T = 0,7$	
$B_T = 8000$	

Tabela 1

### 2.1.3 Resultados

A análise foi feita com controle de carga utilizando-se os seguintes parâmetros:

Controle de Carga
Erro = $1 \times 10^{-2}$
Número de passos = 33
Passo = 2 kN
Máximo número de interações = 200

Tabela 2

O mapa de dano resultante da análise do problema no QUEBRA2D para uma carga de 52 kN é mostrado na Figura 4.

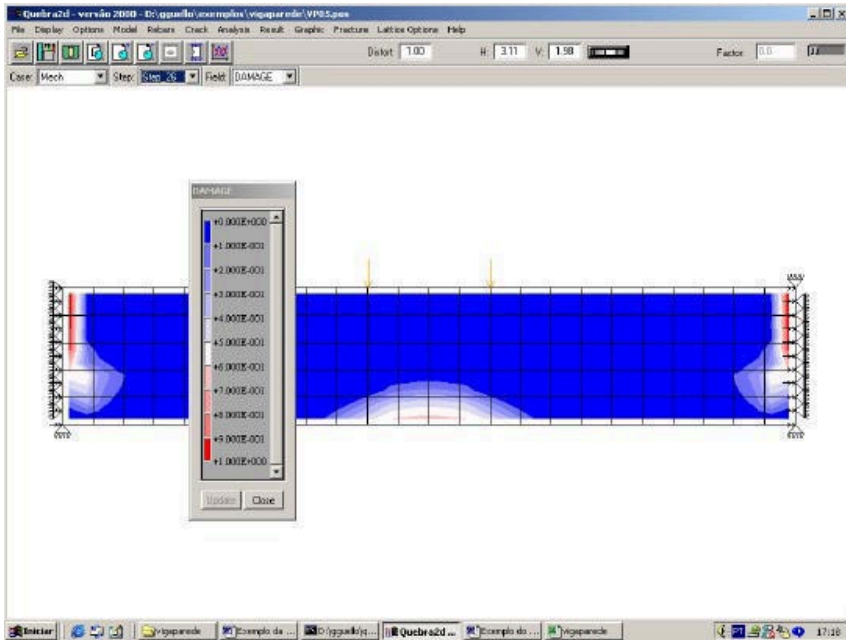


Figura 4 - Mapa de Dano (QUEBRA2D)

O mapa de dano para uma carga de 51,75 kN apresentado em PROENÇA<sup>[3]</sup> é mostrado na figura abaixo.

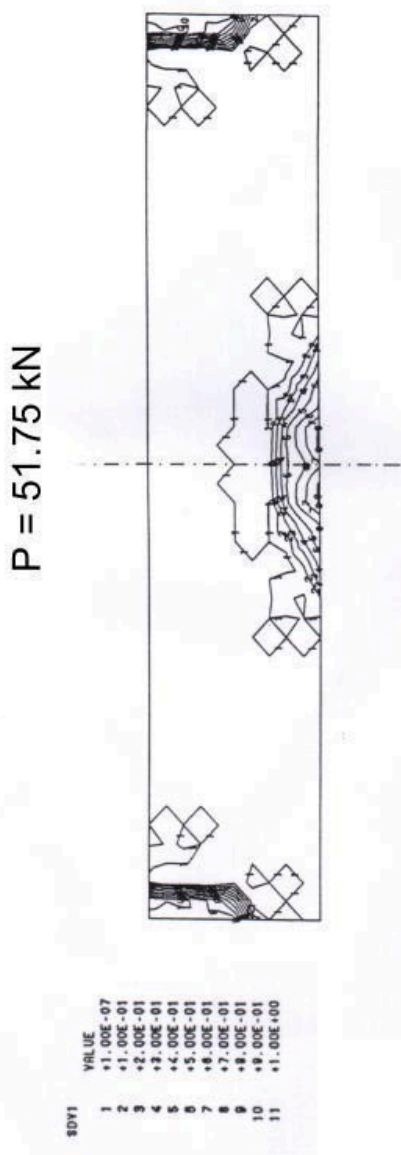


Figura 5 - Mapa de Dano (PROENÇA<sup>[3]</sup>)

Como se pode observar nas figuras acima, a distribuição de dano obtida no QUEBRA2D e por PROENÇA<sup>[3]</sup> são semelhantes. Este exemplo foi importante na validação da implementação numérica do modelo de Mazars.

A seguir é apresentado o gráfico carga por deslocamento. O Resultado obtido no QUEBRA2D foi comparado ao obtido por Felício Bruzzi Barros junto com o Professor Sérgio Proença da USP de São Carlos.

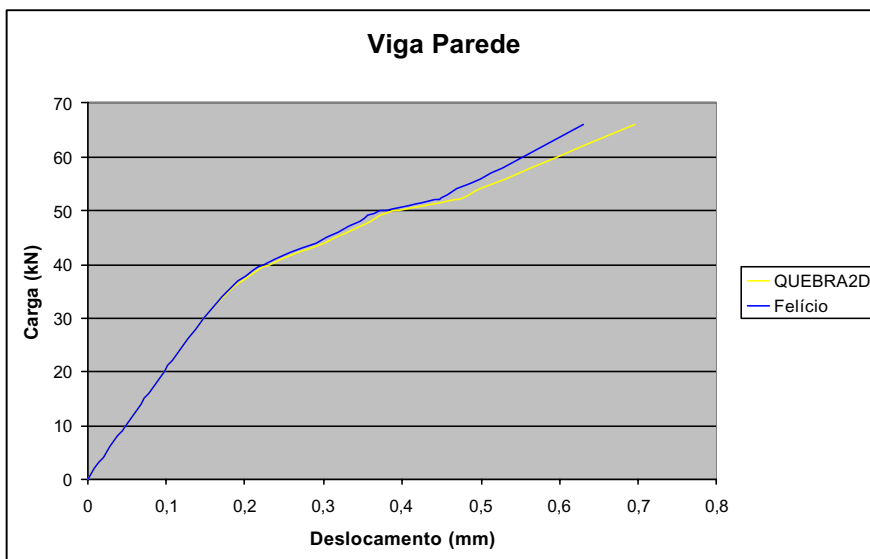


Figura 6 - Curva Carga x Deslocamento

## 2.2 Exemplo de viga de concreto armado

### 2.2.1 Descrição do problema

O problema consiste em três vigas de concreto armado com diferentes taxas de armadura. As vigas têm dimensões idênticas com 2,4 m de comprimento por 0,3 m de altura e 0,12 m de espessura (Figura 7). As vigas foram submetidas a um carregamento concentrado simétrico aplicado a 0,4 m do eixo de simetria. As armaduras utilizadas foram  $3\phi 10$ ,  $5\phi 10$  e  $7\phi 10$  de armadura negativa e  $2\phi 5$  de armadura positiva (para todas as vigas). Este exemplo foi apresentado em ÁLVARES<sup>[1]</sup>.

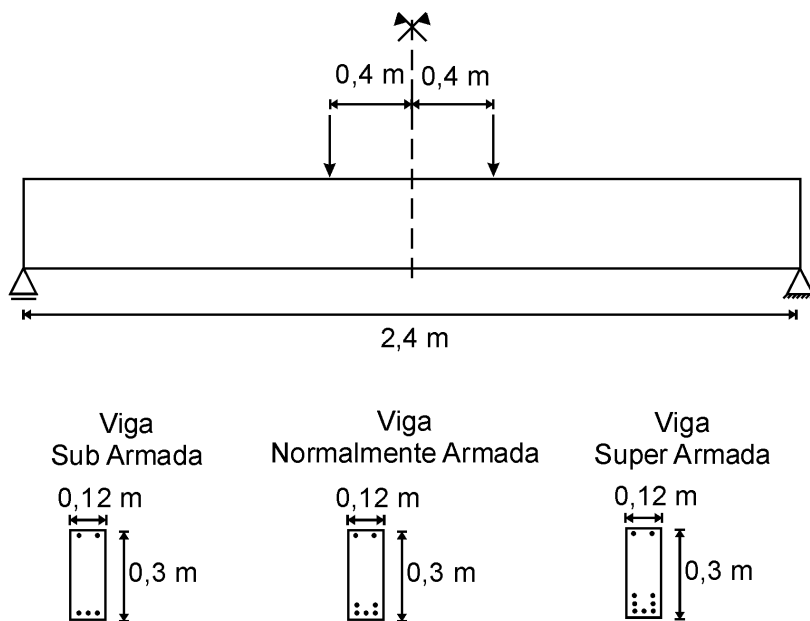


Figura 7 - Geometria das vigas

### 2.2.2 Análise

A análise das vigas através do modelo de Dano de Mazars foi feita com o uso do método dos elementos finitos. Para a discretização foram utilizados elementos quadráticos de quatro nós com quatro pontos de Gauss. Foi utilizada uma malha de 12 por 11 elementos distribuídos como mostrado na Figura 8.

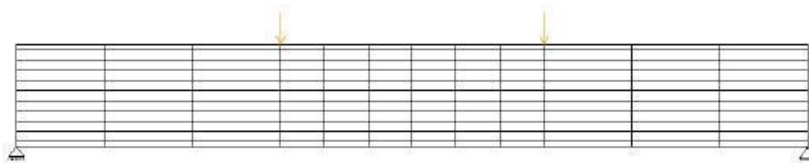


Figura 8 - Modelo das vigas



Os parâmetros de material utilizado foram:

Concreto	Aço
$E = 29200000 \text{ kN/m}^2$ $\nu = 0,2$ $A_T = 0,995$ $B_T = 8000$ $A_C = 0,85$ $B_C = 1620$ $\epsilon_{d0} = 7 \times 10^{-5}$	$E = 196000000 \text{ kN/m}^2$ $\nu = 0,2$

Tabela 3

### 2.2.3 Resultados

A seguir mostramos dois resultados numéricos distintos. O primeiro intitulado Numérico refere-se à aplicação do modelo de Mazars com o Método de Newton-Raphson com critério de força. Como no exemplo do tirante, foi possível representar bem o trecho inicial, mas a partir de um determinado ponto, as deformações se tornam excessivas.

Uma tentativa foi limitar o valor do dano a 0,87. Com esta restrição, foi possível atingir valores de carga maiores e o resultado ficou muito próximo do experimental.

A seguir apresenta-se o gráfico carga x deslocamento para a viga sub armada.

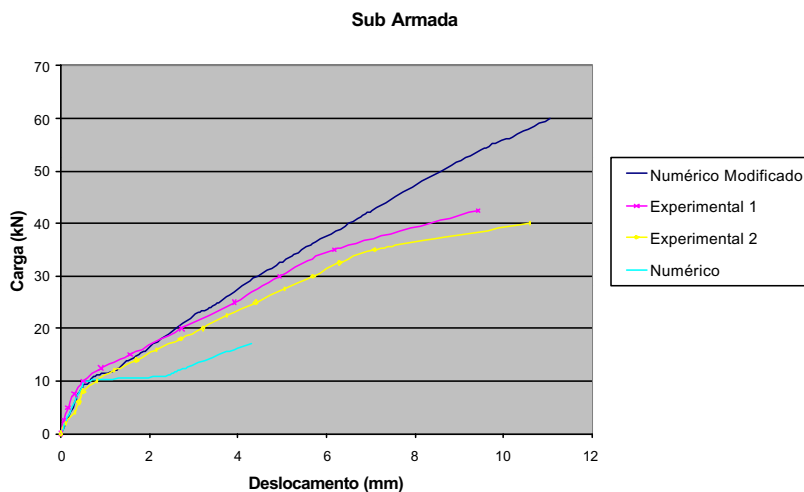


Figura 9 - Gráfico carga x deslocamento para viga sub armada

O gráfico carga x deslocamento para a viga normalmente armada é apresentado abaixo.

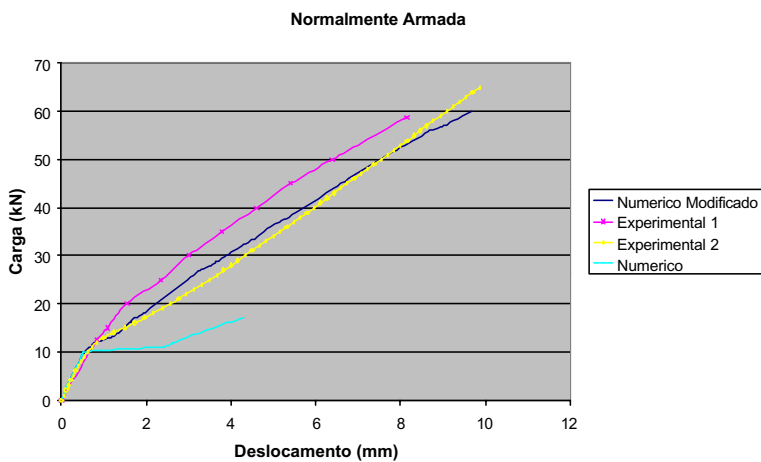


Figura 10 - Gráfico carga x deslocamento para viga normalmente armada

Finalmente temos o gráfico carga x deslocamento para a viga super armada.

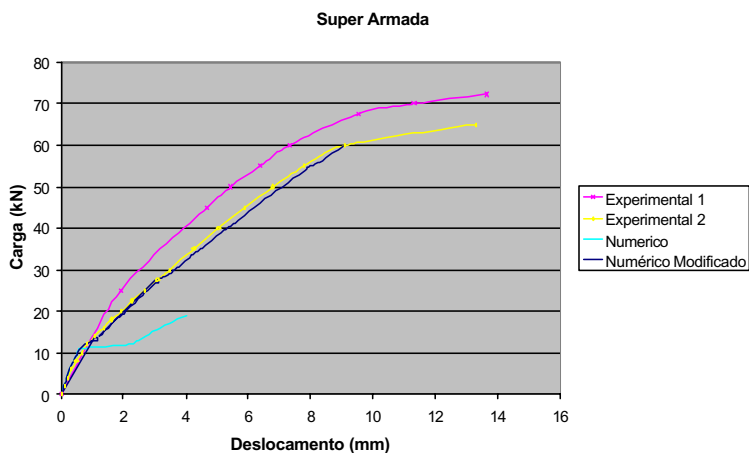


Figura 11 - Gráfico carga x deslocamento para viga super armada

### 3 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O primeiro exemplo é apresentado como forma de validação da implementação do modelo. Os resultados carga x deslocamento e a envoltório de dano foram próximos aos apresentados em PROENÇA [3].

No exemplo das vigas de concreto armado, as curvas carga x deslocamento ficaram abaixo das curvas experimentais e numéricas encontrada em ÁLVARES<sup>[1]</sup>. Após contato com o grupo do Professor Sérgio Proença, orientador do trabalho, descobriu-se que o cálculo do  $\epsilon_{d0}$  no elemento estava sendo feito de forma diferente. Quando um dos pontos de Gauss atingia valor de deformação maior que  $\epsilon_{d0}$ , este limite era atualizado para todos os pontos do elemento. Aparentemente, este procedimento evita que o dano se espalhe rapidamente pelos elementos vizinhos. Em nenhum dos trabalhos pesquisados existe justificativa para a aplicação deste procedimento. Uma tentativa mais simples foi a limitação do valor máximo do dano. Os resultados obtidos ficaram próximos dos experimentais. Este procedimento foi adotado apenas como comparação e não foi incorporado nos demais exemplos porque modifica o modelo original de Mazars.

Em outros exemplos, também não foi possível a obtenção dos resultados da literatura. Na tese de doutorado de Mazars (MAZARS<sup>[2]</sup>), o modelo de Newton-Raphson foi enriquecido com um teste de estabilidade e outro que leva em conta o aspecto estatístico de distribuição da resistência do concreto. Parece que a implementação do modelo de dano de Mazars com o algoritmo de solução de Newton-Raphson ou de controle de deslocamento não permite a obtenção de resultados satisfatórios.

Outro passo foi a correção do procedimento de cálculo do  $\epsilon_{d0}$  no programa do ÁLVARES<sup>[1]</sup>. Após processar novamente o modelo das vigas, chegou-se aos mesmos resultados do QUEBRA2D. Também foi possível reproduzir o modelo da viga parede com ótimos resultados. Esta etapa foi importante para validar a implementação do modelo.

Outra tentativa de reproduzir os resultados foi a implantação de um método não local. Neste método, a deformação no ponto é calculada em função das deformações de pontos na vizinhança. Com isso, os resultados foram melhores, mas ainda longe dos resultados experimentais.

### 4 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ÁLVARES, M. S. (1993). Estudo de um modelo de dano para o concreto: formulação, identificação paramétrica e aplicação com o emprego do método dos elementos finitos. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos – USP.
- [2] MAZARS, J. (1984). Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non lineare et à la rupture du béton de structure. Thèse de Doctorat d'État, Université Paris 6.
- [3] PROENÇA, S. P. B. ; PAPA, E. ; MAIER, G.(1991). Meccanica Del danneggiamento di materiali e strutture: applicazioni al calcestruzzo. Rapporto sul contratto di ricerca 90-91. Dipartimento di Ingegneria Strutturale – Politecnico, Milano.