

MODELO NUMÉRICO PARA ANÁLISE DE TENSÕES RESIDUAIS GERADAS EM TRATAMENTOS TÉRMICOS DE PEÇAS DE AÇO

Marcello G. Teixeira* and Carlos S. C. Viana†

Instituto Militar de Engenharia
Praça General Tibúrcio, 80, Praia Vermelha, Rio de Janeiro, Brasil, CEP 22290-270

* e-mail: marcello@epq.ime.eb.br, web page: <http://www.ime.eb.br/~webde1/>

† e-mail: d4viana@epq.ime.eb.br, web page: <http://www.ime.eb.br/~webde4/>

Key words: Elementos Finitos, Tratamento Térmico, Mudança de Fase, Tensões residuais, Mecânica Computacional

Abstract. *O objetivo deste trabalho é fazer uma modelagem numérica por elementos finitos das tensões residuais em peças de ligas ferro-níquel submetidas a tratamentos térmicos, levando em conta a influência das mudanças de fase. Com este objetivo, foram desenvolvidos códigos computacionais, orientados a objetos, para análise térmica não-linear acoplada à análise da micro-estrutura. Códigos implementados em POO também foram criados para análise elasto-plástica, onde a distribuição de temperatura e as frações parciais dos constituintes são dados de entrada. As propriedades termomecânicas do material são consideradas dependentes tanto da temperatura quanto da fração parcial de cada constituinte. No tratamento térmico é considerada a formação de martensita segundo o esquema de Koistinen & Marburger (1959) e as transformações difusionais são modeladas segundo o esquema proposto por Avrami (1939). São consideradas, durante a transformação, além das deformações térmica, elástica e plástica, a deformação devida à transformação e a deformação plástica induzida pela transformação, esta última sendo uma deformação plástica que surge mesmo para estados de tensão abaixo da tensão de escoamento. São apresentados resultados numéricos da aplicação dos códigos a tratamentos de têmpera por jato d'água e de têmpera progressiva.*

1 INTRODUÇÃO

Materiais metálicos apresentam um complexo comportamento durante processos de engenharia envolvendo mudança de fase, em particular a transformação austenita-martensita durante a têmpera de peças de aço, devido ao acoplamento entre efeitos de distribuição de temperatura, das mudanças de fase da estrutura metálica e das transformações elásticas e inelásticas.

A partir de determinados valores, a diminuição da temperatura ocasiona uma transformação da estrutura metálica que, por sua vez, altera as propriedades termo-físicas do material e, assim, influencia no campo de temperaturas. Além disso, mudanças locais de temperatura e de estrutura ocasionam dilatação volumétrica não uniforme da peça, resultando em tensões térmicas e de transformação, respectivamente. Além disso, o trabalho mecânico gera calor influenciando na distribuição de temperatura, e o estado de tensões induz a transformação de fase alterando a temperatura inicial da transformação martensítica, denominada efeito cinético.

Um modelo incorporando o acoplamento mútuo entre fluxo de calor, geração de tensões e transformação de fase foi apresentado por vários autores⁵⁻¹². Porém, foi constatado que o calor gerado por trabalho mecânico representa menos de 1% dos termos de geração de calor e da taxa de variação de temperatura da equação de energia¹³, correspondendo, em um problema de têmpera, a uma alteração de cerca de 2K na temperatura e, por isso, pode ser desprezado quando comparado às variações de temperatura devido à condução e àquelas induzidas pelo calor latente¹⁰. Por sua vez, a influência do estado de tensões na estrutura metálica, o efeito cinético, não influencia na magnitude e perfil das tensões residuais¹⁰⁻¹² e também não será considerado neste trabalho.

No trabalho de Argyriri e outros⁹, a deformação plástica devida a transformação é simulada através da diminuição do valor da tensão de escoamento, técnica esta substituída em trabalhos mais recentes pela inclusão, durante a transformação, de uma deformação plástica, chamada de *deformação plástica induzida pela deformação (PIT)*, mesmo para estados de tensão abaixo da tensão de escoamento. Ao estudar a têmpera em cilindros de aço, Camarão² não considera a plasticidade induzida por transformação e a influência das frações parciais no cálculo das constantes do material. No trabalho de Bokota e Iskierka¹, apesar de se considerarem as transformações austenita-martensita, austenita-perlita e austenita-bainita, também não se considera a plasticidade induzida por transformação.

Este trabalho considera tanto a transformação martensítica quanto a influência da plasticidade induzida pela transformação no estado final de tensões geradas em processos de tratamento térmico de têmpera por jato de água.

Na Seção 2 serão apresentados os modelos para cálculo das frações parciais transformadas em processos difusionais e adifusionais. Na Seção 3 é enfocado o problema térmico, incluindo uma abordagem computacional utilizada no cálculo dos resultados. Na Seção 4 é discutida a plasticidade induzida pela transformação, além de se apresentar a relação tensão-deformação considerando os efeitos térmico e de mudança de fase. Na Seção 5 são apresentados resultados numéricos que validam as formulações apresentadas e uma discussão dos resultados obtidos.

2 CÁLCULO DAS FRAÇÕES TRANSFORMADAS

As frações volumétricas das fases transformadas em processos difusionais são determinadas pela expressão de Avrami¹¹, assumindo-se válido o princípio da aditividade, dada genericamente por

$$\xi = 1 - e^{-bt^n} \quad (1)$$

onde os parâmetros b e n podem ser obtidos experimentalmente de medições isotérmicas¹⁷ e a dependência do parâmetro n em relação à temperatura pode ser desconsiderada⁵.

Porém, dados experimentais sobre esses parâmetros não são encontrados para todos os componentes e para qualquer tipo de aço. Desse modo, os parâmetros cinéticos podem ser calculados segundo o procedimento utilizado no trabalho de Bokota e Iskierka¹ onde, dada a fração transformada em dois diferentes instantes em uma dada temperatura θ , tem-se um sistema de duas equações não lineares nas variáveis b e n . Considerando-se o princípio da aditividade e, em particular, que no tempo de início da transformação por resfriamento, t_s , a fração transformada é igual a 0,01 e no tempo de término da transformação por resfriamento, t_f , a fração parcial é igual a 0,99, chega-se às seguintes expressões para as frações parciais de perlita e bainita, respectivamente:

$$\begin{aligned} \xi_p(\theta, t) &= 1 - e^{-b(\theta)t^{n(\theta)}} \\ \xi_b(\theta, t) &= (1 - \xi_p) \left(1 - e^{-b(\theta)t^{n(\theta)}} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

onde $b(\theta)$ e $n(\theta)$ são as constantes cinéticas dadas por

$$n(\theta) = \frac{\ln\left(\frac{\ln(1 - \eta_f)}{\ln(1 - \eta_s)}\right)}{\ln\left(\frac{t_s}{t_f}\right)} \quad (3)$$

e

$$b(\theta) = \frac{-\ln(1 - \eta_s)}{(t_s)^{n(\theta)}} \quad (4)$$

com $\eta_s = 0,01$, $\eta_f = 0,99$, e $t_s = t_s(\theta)$ e $t_f = t_f(\theta)$, sendo os valores de t_s e t_f obtidos de diagramas TTT ou CCT.

A fração volumétrica da martensita, cuja formação é adifusional, é dada pela equação empírica de Koistiner e Marburger³

$$\xi_M(\theta) = (1 - \xi_p - \xi_b) \left(1 - e^{-0,011(M_s - \theta)} \right) \quad , \quad \theta < M_s \quad (5)$$

onde M_s é a temperatura de início da transformação martensítica. Além disso, o princípio da aditividade fornece a fração volumétrica da austenita retida, dada por $\xi_a = 1 - \xi_p - \xi_b - \xi_m$.

3 PROBLEMA TÉRMICO

Como citado anteriormente, desconsidera-se a geração de calor devida ao trabalho mecânico e a influência do estado de tensões sobre as transformações de fase, obtendo-se a equação do calor dada por

$$\rho c \dot{\theta} + \rho L_i \dot{\xi}_i + \text{div } \vec{q} = 0 \quad (6)$$

onde ρ é a densidade de massa, c é a capacidade térmica, L_i o calor latente devido a transformação da matriz austenítica no constituinte i e \vec{q} é o fluxo de calor, com as propriedades térmicas satisfazendo a regra da mistura dos gases, ou seja, a capacidade e a condutividade térmica são dadas, respectivamente, por $c = \sum_i \xi_i c_i$ e $k = \sum_i \xi_i k_i$.

Desse modo, o problema de valor inicial e de contorno, em sua formulação forte, é dado por: encontrar o campo de temperaturas $\theta(\mathbf{x}, t)$, tal que

$$\begin{aligned} q_{i,i} + \rho c \theta_{,i} &= f & \text{em } \Omega \times]0, T[\\ \theta &= g & \text{em } \Gamma_g \times]0, T[\\ -q_i n_i &= h & \text{em } \Gamma_h \times]0, T[\\ \theta(\mathbf{x}, 0) &= \theta_0(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega \end{aligned} \quad (7)$$

onde f , g e h são, respectivamente, funções de $\Omega \times]0, t[$, $\Gamma_g \times]0, t[$ e $\Gamma_h \times]0, t[$ em \mathbb{R} , com q dado pela lei de Fourier de acordo com $q_i = -K_{ij} \theta_{,j}$, onde $K_{ij} = K_{ij}(\mathbf{x}, \theta)$ é o tensor de condutividade térmica do material.

Discretizando o domínio pelo método dos elementos finitos, chega-se à seguinte formulação matricial para o problema térmico: dado $\mathbf{F}:]0, T[\rightarrow \mathbb{R}^{n_{eq}}$, encontrar o vetor das temperaturas nodais $\theta: [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^{n_{eq}}$ tal que

$$\begin{aligned} \mathbf{M} \dot{\theta} + \mathbf{K} \theta &= \mathbf{F}, \quad t \in]0, T[\\ \theta(\mathbf{0}) &= \theta_0 \end{aligned} \quad (8)$$

onde \mathbf{M} é a matriz de capacidade térmica e \mathbf{K} a matriz de condutividade térmica.

Com o objetivo de alcançar estabilidade com uma convergência quadrática foi implementado o algoritmo proposto por Hughes¹⁶, devidamente adaptado para o problema térmico com mudança de fase, que consiste em encontrar θ_n tal que

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{n+\alpha} \dot{\theta}_{n+\alpha} + \mathbf{K}_{n+\alpha} \theta_{n+\alpha} &= \mathbf{F}_{n+\alpha} \\ \theta_{n+1} &= \theta_n + \int_{t_n}^{t_{n+1}} \dot{\theta}(t) dt = \theta_n + \dot{\theta}_{n+\alpha} \Delta t \end{aligned} \quad (9)$$

onde Δt é o passo de tempo, $\alpha \in [0, 1]$, θ_n aproximação de $\theta(t_n)$ e

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_{n+\alpha} &= \mathbf{M}(\theta_{n+\alpha}, \xi_{n+\alpha}^i, t_{n+\alpha}) \\
\mathbf{K}_{n+\alpha} &= \mathbf{K}(\theta_{n+\alpha}, \xi_{n+\alpha}^i, t_{n+\alpha}) \\
\theta_{n+\alpha} &= (1-\alpha)\theta_n + \alpha\theta_{n+1} \\
\mathbf{F}_{n+\alpha} &= (1-\alpha)\mathbf{F}_n + \alpha\mathbf{F}_{n+1} \\
\dot{\theta}_{n+\alpha} &= (1-\alpha)\dot{\theta}_n + \alpha\dot{\theta}_{n+1} \\
t_{n+\alpha} &= (n+\alpha)\Delta t
\end{aligned} \tag{10}$$

cujos métodos incondicionalmente estáveis para o problema linear mantêm esta propriedade no regime não linear, em particular para o método definido por $\alpha=0,5$, cuja convergência é quadrática¹⁵. As demonstrações detalhadas da estabilidade e da convergência deste método podem ser encontradas na referência citada.

4 PROBLEMA MECÂNICO

A influência que o campo de temperaturas e as transformações de fase exercem sobre as propriedades mecânicas de materiais metálicos, como a taxa de encruamento, é fundamental para as aplicações comerciais de tratamento de calor. Por isso, propriedades como módulo de Young E , coeficiente de Poisson ν , tensão de escoamento σ_y e a função de escoamento passam a ser funções da temperatura, da concentração de cada componente e , em caso de problemas elasto-visco-plásticos, do tempo.

Além de influir nas propriedades mecânicas, a transformação de fase também influi no comportamento mecânico, neste caso denominado plasticidade induzida por transformação (PIT).

4.1 Relação tensão-deformação

A lei incremental que governa o comportamento elastoplástico sob condições não-isotérmicas e considerando o efeito da transformação de fase é dada por

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^p + d\epsilon_{ij}^{th} + d\epsilon_{ij}^{tr} + d\epsilon_{ij}^{PIT} \tag{11}$$

com $d\epsilon_{ij}^e$ e $d\epsilon_{ij}^p$ sendo o incremento de deformação elástica e plástica, respectivamente, decorrentes da aplicação de carregamento mecânico, $d\epsilon_{ij}^{th} = \alpha d\theta \delta_{ij}$ a parcela relativa aos efeitos de dilatação térmica, $d\epsilon_{ij}^{tr} = K_i d\xi_i \delta_{ij}$ a parcela relativa aos efeitos de expansão de volume devido à transformação da austenita em martensita, e $d\epsilon_{ij}^{PIT}$ a plasticidade induzida pela transformação martensítica, cuja expressão será apresentada na Seção 4.2.

Utilizando-se a teoria associada da plasticidade, tem-se que o componente plástico da deformação é dado por

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (12)$$

onde $d\lambda$ é o multiplicador plástico e $f = f(\sigma, \bar{\varepsilon}^p, \theta, \xi_i)$ é a função de escoamento, que depende do estado de tensão, da deformação plástica equivalente, da temperatura e das frações parciais dos componentes.

Partindo-se da condição de consistência da plasticidade, dada por $df=0$, e diferenciando-se a função de escoamento, chega-se a seguinte expressão para o multiplicador plástico $d\lambda$, dada por

$$d\lambda = \frac{1}{\left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} D \frac{\partial f}{\partial \sigma} - \frac{\partial f}{\partial \bar{\varepsilon}^p} \right]} \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} D (d\varepsilon - d\varepsilon^{th*} - d\varepsilon^{tr*} - d\varepsilon^{prt}) + \frac{\partial f}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial f}{\partial \xi_i} d\xi_i \right] \quad (13)$$

e a relação tensão-deformação incremental para materiais termo-elasto-plásticos, considerando-se a mudança de fase, dada por

$$d\sigma = D^{ep} \left[d\varepsilon - d\varepsilon^{th*} - d\varepsilon^{tr*} - d\varepsilon^{prt} \right] - \frac{D}{H} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \left[\frac{\partial f}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial f}{\partial \xi_i} d\xi_i \right] \quad (14)$$

com D^{ep} sendo a matriz constitutiva elasto-plástica dada por

$$D^{ep} = D - \frac{D \frac{\partial f}{\partial \sigma} \frac{\partial f}{\partial \sigma} D}{\frac{\partial f}{\partial \sigma} D \frac{\partial f}{\partial \sigma} - \frac{\partial f}{\partial \bar{\varepsilon}^p}} \quad (15)$$

4.2 Plasticidade induzida por transformação

Quando uma transformação de fase ocorre na presença de tensões internas ou tensões aplicadas, as mudanças de dimensão do material são afetadas pela magnitude das tensões, como se o material tivesse sido sujeito a uma deformação plástica, mesmo para estados de tensão abaixo da tensão de escoamento do material.

A primeira tentativa de reproduzir numericamente este fenômeno foi feita através da diminuição artificial do limite elástico durante o intervalo de tempo em que ocorre a transformação de fase⁹.

Posteriormente, a maioria das expressões para calcular a plasticidade por transformação em modelos matemáticos foram desenvolvidas baseadas no modelo e nas interpretações para este fenômeno desenvolvidas por Greenwood e Johnson (1965), que consideraram que a plasticidade induzida por transformação ocorre como conseqüência de fluxo microscópico em pontos onde uma concentração de tensão excede localmente a tensão de escoamento da fase mais fraca do material. Esta tensão seria o resultado combinado da tensão interna gerada pela

variação de volume durante a transformação com tensões externas aplicadas, mesmo que estas tensões externas estivessem abaixo do limite de escoamento. Neste caso, a deformação plástica induzida pela transformação, que ocorreria na direção das tensões aplicadas, seria dada por

$$\varepsilon^{pt} = \frac{5}{6} \frac{\sigma}{\sigma_E} \frac{\Delta V}{V}$$

onde σ é a tensão uniaxial aplicada, σ_E a tensão de escoamento da fase mais fraca, e $\Delta V/V$ é a variação de volume sofrida pela peça.

Abrassart modificou este modelo e introduziu a quantidade de martensita formada, resultando em¹²

$$\varepsilon^{pt} = \frac{3}{4} \frac{\sigma}{\sigma_E} \frac{\Delta V}{V} \left(\xi_M - \frac{2}{3} (\xi_M)^{3/2} \right)$$

consequindo, porém, resultados menos satisfatórios que os encontrados por Greenwood e Johnson.

O modelo proposto por Scheil considera que, quando a transformação martensítica ocorre sob tensões aplicadas, o produto resultante escolhe uma orientação que minimiza a energia total, incluindo a energia resultante das tensões aplicadas. Os diversos parâmetros necessários para quantificar a deformação plástica induzida deste modelo são, na prática, difíceis de se obter. Porém, este modelo considera o caso de transformação de fase para materiais onde $\Delta V/V$ é muito pequeno e orientações preferenciais são observadas¹².

No caso de transformação martensítica, a orientação preferencial e a acomodação das tensões internas podem contribuir para a plasticidade induzida por transformação, mesmo sendo difícil quantificar a contribuição de cada um desses fenômenos. Notou-se, porém, que a relação entre a acomodação das tensões internas e a quantidade de produto transformado obedece a uma relação mais próxima da linear do que, por exemplo, aquela proposta pelo modelo de Abrassart.

Um modelo matemático mais preciso e sofisticado para este fenômeno foi proposto por Giusti⁸ e utilizado em Nagasaka¹⁷ e neste trabalho. Neste modelo, a deformação plástica induzida por transformação para estados triaxiais de tensão é dada, em sua forma incremental, por

$$d\varepsilon_{ij}^{pt} = \frac{3}{2} \left(\frac{(d\varepsilon_e^{pt})_M}{\sigma_e} \right) \sigma'_{ij} \quad (16)$$

onde $(d\varepsilon_e^{pt})_m$ é definida como uma deformação plástica equivalente de transformação martensítica, dada por

$$(d\varepsilon_e^{pt})_M = 2K_M \sigma_e (1 - \xi_M) d\xi_M \quad (17)$$

com ξ_M sendo a fração parcial de martensita transformada, σ_e a tensão equivalente, σ' o tensor desviador e K_m uma constante do material para a fase transformada. Nota-se que, neste

modelo, as deformações resultantes da transformação martensítica são anisotrópicas, como desejado. Na referência 10 encontram-se argumentos heurísticos que justificam a utilização da equação acima.

4.3 Implementação computacional

Como critério de plastificação é utilizado neste trabalho o critério de von Mises, ou seja,

$$f(\sigma, \bar{\varepsilon}^p, \theta, \xi_i) = \bar{\sigma} - \sigma_y(\bar{\varepsilon}^p, \theta, \xi_i) = \bar{\sigma} - \sum_i \xi_i \sigma_{yi}(\bar{\varepsilon}^p, \theta)$$

Desse modo, tem-se que

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{\varepsilon}^p} = -\frac{\partial \sigma_y}{\partial \bar{\varepsilon}^p} = -H' = -\sum_i \xi_i H'_i$$

onde H'_i é a inclinação local da curva tensão/deformação plástica uniaxial, e pode ser determinada para cada componente i experimentalmente por $H'_i = E_{Ti} / \left(1 - \frac{E_{Ti}}{E_i}\right)$, onde E_i e E_{Ti} são, respectivamente, o módulo elástico e o módulo tangente elasto-plástico do i -ésimo componente.

Os dados dos materiais obtidos na bibliografia são aproximados por funções splines. Desse modo, obtêm-se facilmente os valores dos parâmetros elasto-plásticos e de $\frac{\partial f}{\partial \theta}$ para cada temperatura e quantidade de fração transformada.

Discretizando a geometria por elementos finitos e utilizando-se o princípio dos trabalhos virtuais, chega-se à expressão incremental do vetor de força desequilibrada, dado por

$$\Delta \Psi = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \Delta \sigma \, d\Omega - \left(\Delta f + \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \Delta b \, d\Omega \right) = 0 \quad (18)$$

Substituindo a expressão de $d\sigma$ dada em (14) na equação (18), obtêm-se

$$\begin{aligned} \Delta \Psi = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T D^{ep} \Delta \varepsilon \, d\Omega - \left[\Delta f + \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \Delta b \, d\Omega + \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D}^{ep} \left(d\varepsilon^{th*} + d\varepsilon^{tr*} + d\varepsilon^{prt} \right) d\Omega \right. \\ \left. + \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \frac{1}{H} \left(\frac{\partial f}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial f}{\partial \xi_i} d\xi_i \right) d\Omega \right] = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

que em sua forma matricial pode ser escrita como

$$[K][\Delta d] - \{\Delta F\} = 0$$

onde $[K]$ é a matriz de rigidez tangente do material, dada por $[K] = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T D^{ep} \mathbf{B} \, d\Omega$ e

$\{\Delta F\} = \{\Delta f\} + \{\Delta b\} + \{\Delta F^{th}\} + \{\Delta F^{tr}\} + \{\Delta F^{PIT}\}$ é o vetor de incremento de forças, onde $\{\Delta f\}$ é o vetor de forças externas aplicadas, $\{\Delta b\}$ o vetor de forças de corpo,

$$\{\Delta F^{th}\} = \int_{\Omega} \left(\mathbf{B}^T \mathbf{D}^{ep} d\boldsymbol{\varepsilon}^{th*} + \mathbf{B}^T \mathbf{D} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \frac{1}{H} \frac{\partial f}{\partial \theta} d\theta \right) d\Omega$$

é o vetor de forças geradas por efeito térmico,

$$\{\Delta F^{tr}\} = \int_{\Omega} \left(\mathbf{B}^T \mathbf{D}^{ep} d\boldsymbol{\varepsilon}^{tr*} + \mathbf{B}^T \mathbf{D} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \frac{1}{H} \frac{\partial f}{\partial \xi_i} d\xi_i \right) d\Omega$$

o vetor de forças gerado pelas transformações de fase e

$$\{\Delta F^{PIT}\} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D}^{ep} d\boldsymbol{\varepsilon}^{PIT} d\Omega$$

o vetor de forças geradas pela deformação plástica induzida por transformação.

Para a resolução do problema matricial não-linear acima optou-se pelo método de Newton-Raphson padrão.

5 RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta seção são apresentados dois exemplos numéricos. No primeiro exemplo tem-se uma simulação numérica por elementos finitos de um processo de têmpera, considerando-se o cálculo das frações parciais, de um cilindro de ferro-níquel, ou seja, considera-se que a austenita transforma-se idealmente em martensita durante o processo de resfriamento.

No segundo exemplo é realizada uma simulação da têmpera por jato de água de um cilindro de uma liga de alta temperabilidade e uma posterior análise das tensões residuais geradas durante este processo.

5.1 Exemplo 1

Este exemplo trata da têmpera de um cilindro de aço níquel (17,6%) resfriado em água a 0°C a partir de 900°C, com 25mm de diâmetro⁹. Devido à forte não-linearidade das características termo-físicas do material, tanto a plasticidade induzida por transformação quanto a expansão volumétrica estão confinadas em um estreito intervalo de temperatura, próximo à temperatura de início da transformação martensítica M_s . Além disso, foi preciso utilizar um passo de tempo apropriado para garantir convergência. Neste caso, as características termo-físicas são iguais para martensita e austenita. Na figura 1 abaixo vêem-se os gráficos da condutividade térmica e da capacidade térmica em relação a temperatura, obtidos interpolando-se os pontos provenientes de dados experimentais⁹ por curvas Spline. Por esses gráficos nota-se a forte natureza não-linear deste problema.



Figura 2: malha de elementos finitos utilizada no Exemplo 1

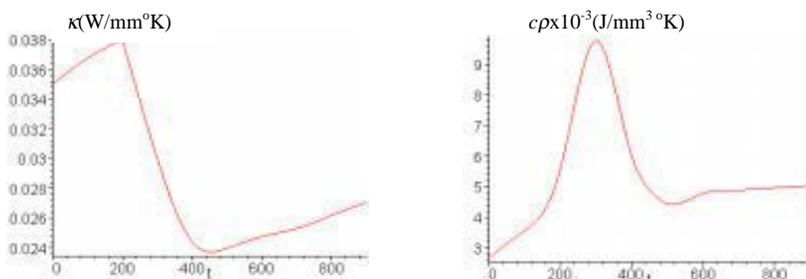


Figura 1: condutividade e capacidade térmica em relação a temperatura

A temperatura de início da transformação martensítica é dada por $M_s=350^{\circ}\text{C}$ e a condição de transferência de calor na face externa é descrita pela função quadrática

$$h_c(T) = -\frac{2,5}{63}10^{-6}T^2 + \frac{36,5}{63}10^{-4}T + 10^{-4}$$

Devido à simetria axial e ao isolamento térmico das extremidades da peça, foi utilizada uma malha com 40 elementos quadráticos Q8, 203 nós e nove pontos de Gauss por elemento. Optou-se pelo refinamento da malha próximo à superfície uma vez que nessa região encontram-se os maiores gradientes de temperatura.

Na figura 2 apresenta-se a malha de elementos finitos utilizada.

Na figura 3 encontra-se a evolução da temperatura na superfície e no centro da peça. A diferença de temperatura nos instantes iniciais da análise não está bem compreendida, podendo ser justificada pela utilização de um passo de tempo ainda grande em relação ao gradiente de temperatura.

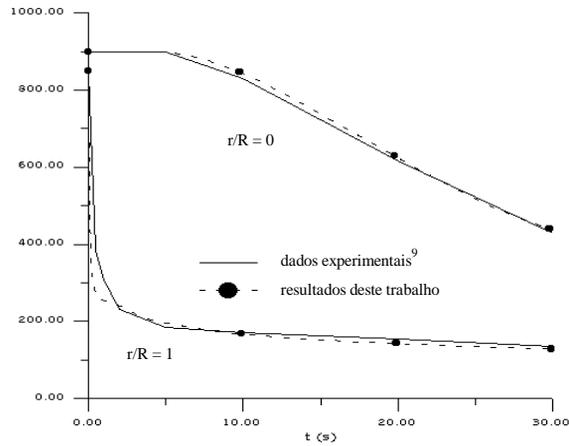


Figura 3: evolução da temperatura na superfície e no centro da peça

5.2 Exemplo 2

Este exemplo trata da têmpera de um cilindro de aço 3.25Ni-1Cr, de alta temperabilidade, resfriado por jato de água de alta pressão.

O cilindro tem 75mm de diâmetro e 180mm de comprimento, e foi austenizado a 880°C e a temperatura de início da transformação martensítica é 400°C. Devido à alta temperabilidade da liga utilizada, é considerado que o material transforma-se idealmente em martensita.

Os dados do material foram obtidos nas referências 9 e 17. A malha de elementos finitos utilizada neste exemplo é composta por 200 elementos axissimétricos Q8 e 661 nós. Para a análise térmica e de micro-estrutura foram utilizados nove pontos de Gauss e para a análise de tensões quatro pontos de Gauss por elemento e, devido às restrições de deslocamento, 1150 graus de liberdade. Em ambos os casos foi considerada a simetria axial do modelo.

A figura 4 representa a malha de elementos finitos e as restrições consideradas para o cálculo de tensões, considerando-se a simetria da peça, além da deformação plástica induzida equivalente e a configuração deformada no instante $t=13s$. O gráfico da figura 5 representa a tensão σ_z no centro da peça, ao longo do raio, cujo resultado apresenta-se coerente com o esperado, ou seja, tensões de compressão na superfície e tensões de tração no centro da peça, além das curvas de nível para a deformação plástica equivalente neste mesmo instante.

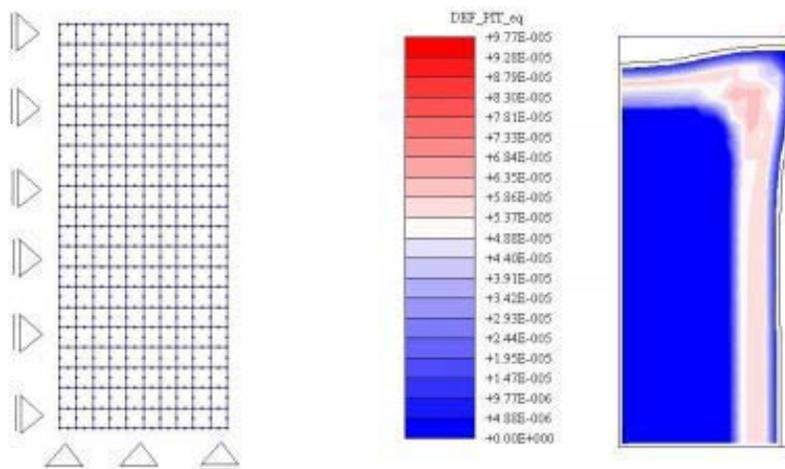


Figura 4: malha de elementos finitos utilizada e deformação plástica induzida efetiva em $t=13s$.

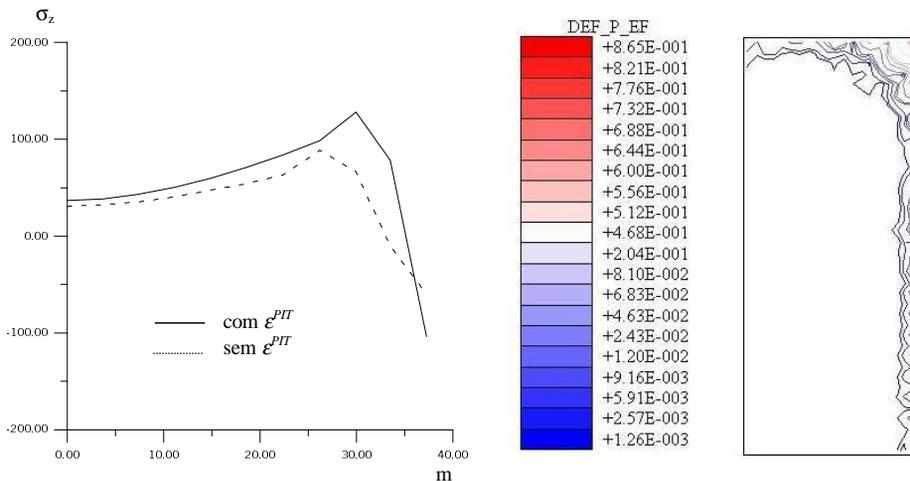


Figura 5: tensões σ_z no centro do cilindro malha e deformação plástica equivalente em $t=13 s$

6 CONCLUSÕES

Na seção anterior foram apresentados exemplos numéricos visando a validação dos modelos e dos programas computacionais desenvolvidos.

Apesar da dificuldade em obter dados confiáveis dos materiais, pelos exemplos apresentados nota-se que os resultados obtidos estão coerentes com resultados apresentados em outros trabalhos.

O Exemplo 1 considerou um caso de interesse da análise numérica por elementos finitos do problema térmico com mudança de fase, em particular do processo de têmpera.

No Exemplo 2 foi apresentado o acoplamento dos três problemas como apresentado na Introdução deste trabalho: tanto a distribuição de temperatura quanto as frações parciais transformadas influenciando as tensões geradas pelo processo de resfriamento brusco durante a têmpera. Os resultados obtidos, apesar de não comprovados por experimentos, estão coerentes com o esperado.

Desse modo, pode-se concluir que os resultados obtidos fornecem uma estimativa qualitativa confiável para as tensões geradas durante processos de têmpera de ligas de aço, principalmente de ligas de alta temperabilidade.

Os resultados deste estudo confirmam a necessidade de considerar a interação entre os campos de temperatura, de micro-estrutura e de tensões quando do modelamento do processo de têmpera, além da necessidade de incluir o efeito da deformação plástica induzida por transformação, sob o risco de serem obtidas tensões sub-dimensionadas.

Na continuidade deste trabalho de pesquisa serão efetuados ensaios em laboratório visando aperfeiçoar os resultados obtidos numericamente.

7 REFERÊNCIAS

- [1] A. Bokota and S. Iskierka, "Numerical Analysis of phase transformations and residual stresses in steel cone-shaped elements hardened by induction and flame methods", *Int. J. Mech. Sci.*, **40**, 617-629 (1998).
- [2] A. F. Camarão, "Um modelo para previsão de tensões residuais em cilindros de aço temperados por indução", Tese de doutorado, Universidade de São Paulo (1998).
- [3] D. P. Koistiner, R. E. Marburger, "A general equation prescribing the extent of austenite-martensite transformation in pure iron-carbon alloys and plain carbon steels", *Acta Metallurgica*, **7**, pp 59 (1959).
- [4] D. R. Owen and E. Hinton, *Finite Elements in Plasticity*. Pineridge Press Limited.
- [5] E. B. Hawbolt, B. Chau and J. K. Brimacombe, *Metallurgical Transactions A*, **14A**, 1803-1815 (1983)
- [6] F. Abbasi and A. J. FLETCHER, *Materials Science and Technology*, **1**, 830-837 (1985)
- [7] I. Doltsinis, *Elements of Plasticity - Theory and Computationm*, WITpress, (2000)
- [8] J. Giusti, "Welding-induced residual stresses", Tese, Université Pierre e Marie Curie. Paris

- [9] J. H. Argyris, J. Szimmat and K. J. Willam, “Finite Element Analysis of arc-welding processes”, *Numerical Methods in heat transfer*, **111**, 1-34 (1985).
- [10] L. B. Leblond, G. Mottet, J. Devaux and J. -C. Devaux, “Mathematical models of anisothermal phase transformations in steel, and predicted plastic behaviour”, *Materials Science and Technology*, **1**, 815-822 (1985)
- [11] M. Avrami, “Kinetics of phase change”, *Journal of Chemical. Physics*, I 1939, **7**, 1103, II 1940, **8**, 212, III 1941, **9**, 171
- [12] S. Denis, E. Gautier, A. Simon and G. Beck, “Stress-phase-transformations – basic principles, modeling and calculation of internal stresses”, *Materials Science and Technology*, **1**, 805-814 (1985).
- [13] S. Sjöström, “Interactions and constitutive models for calculating quench stress in steel”, *Materials Science and Technology*, **1**, 823-828 (1985)
- [14] T. Inoue, S. Nagaki, T. KISHIMO, M. MONKAWA, “Coupling between stress, temperature and metallic structures during processes involving phase transformations” *Materials Science and Technology*, **1**, 845-850 (1985).
- [15] T. J. R. Hughes, *The Finite Element Method: linear static and dynamic finite element analysis*. Prentice-Hall International Editions (1987).
- [16] T. J. R. Hughes “Unconditionally Stable Algorithms for Nonlinear Heat Conduction”. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **10**, 135-139 (1977).
- [17] Y. Nagasaka, J. K. Brimacombe, E. B. Hawbolt, I. V. Samarasekera, B. Hernandez-Morales and S. E. Chidiac, “Mathematical model of phase transformations and elasto-plastic stress in water spray quenching of steel bars”, *Metallurgical Transactions A*, **24A**, 795-808 (1993)