# CONVECCION NATURAL CONJUGADA CON TRANSFERENCIA DE VAPOR EN RECINTOS TRAPEZOIDALES APILADOS.

## Sonia Esteban, Ana María Aramayo y Luis Cardón

INENCO, Departamento de Física y Departamento de Matemática. Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Nacional de Salta. Avda. Bolivia 5150, Salta Capital (4400). e-mail: aaramayo@unsa.edu.ar

Palabras claves: Recinto trapezoidal, convección natural conjugada, transferencia de vapor.

**Abstract.** En los desalinizadores de tipo regenerativo de múltiple efecto, el calor de condensación eliminado por una etapa se reutiliza para evaporar más líquido contenido en el recinto superior. Cada batea es un recinto cerrado que se calienta por debajo y se enfría por arriba, proporcionando así la fuerza conductora para la transferencia de calor y vapor.

En un trabajo reciente (Aramayo, 2004) se ha estudiado el problema de convección natural conjugada en dos cavidades trapezoidales separadas por un vidrio, sin consideraciones de transferencia de masa y turbulencia, dando particular atención a la modelización del vidrio separador. También se ha estudiado la convección natural con transferencia de masa (vapor) en cavidades cuya geometría corresponde a desalinizadores multiefecto, con temperaturas y concentraciones superior e inferior constantes (Esteban, 2004.).

En este trabajo se modeliza el sistema completo, cuyas secciones transversales son, por lo general, trapezoidales. Para la temperatura se impone condiciones adiabáticas en los laterales, temperatura fría en la parte superior y caliente en la parte inferior. Para el caso de la ecuación de difusión se supone impenetrabilidad en las caras laterales y equilibrio en las superficies superior e inferior.

Además, se estudia el comportamiento térmico y másico de ambos recintos, acoplados por la conducción de calor de la superficie de separación, teniendo en cuenta los procesos de evaporación y condensación. También se describen los patrones de temperatura, de flujo y se obtienen las correlaciones del Nusselt y Sherwood globales en función del número de Rayleigh.

1

## 1 INTRODUCCION

En los desalinizadores de tipo regenerativo de múltiple efecto, el calor de condensación liberado por una etapa se reutiliza para evaporar más líquido contenido en la etapa siguiente. Cada etapa es un recinto cerrado que se calienta por debajo y se enfría por arriba, proporcionando así la fuerza conductora para la transferencia de calor y vapor. La temperatura de la superficie de separación está controlada por los flujos convectivos desarrollados en los recintos adyacentes a ella, que debido a los fenómenos de evaporación y condensación que tienen lugar modificarán notablemente su distribución.

Los trabajos más importantes que estudian el problema de transferencia de calor y masa, en presencia de films de condensación-evaporación, en recintos cerrados comienzan a partir del 2000. Entre ellos podemos citar a (Yan-Lin, 2001) y (Giri et. al. , 2003). Los primeros autores estudian la transferencia de calor y masa en convección natural, para una mezcla de aire húmedo. La geometría estudiada corresponde a dos cilindros concéntricos, con film de evaporación y condensación sobre las paredes interiores. Los números de Nusselt y Sherwood son utilizados para estudiar los efectos de los films de condensación-evaporación en la transferencia de calor y masa. Para tener en cuenta las contribuciones de los procesos convectivos y los de cambio de fase en la transferencia de calor, por separado; se ha calculado el número de Nusselt como la suma de dos componentes: una debida al calor sensible y otra al calor latente, esta última relacionada con el número de Sherwood.

El otro trabajo revisado corresponde a (Giri et. al. , 2003) quienes analizan la transferencia de calor y masa bajo regimen de convección natural, para una mezcla de aire húmedo. La geometría estudiada en este caso, corresponde a un conjunto de aletas verticales unidas en la base a una pared isoterma, cuya temperatura se mantiene por debajo de la del punto de rocío. Produciéndose de esta manera la condensación del vapor en la pared, mientras que las aletas pueden estar total o parcialmente húmedas. Los autores describen detalladamente las condiciones de borde utilizadas en este caso. La transferencia de calor adimensional descripta por el número de Nusselt presenta en este problema, al igual que en el anterior, dos componentes.

En un trabajo reciente (Aramayo, 2004) se ha estudiado el problema de convección natural conjugada en dos cavidades trapezoidales separadas por un vidrio. El problema puede considerarse como una aproximación al flujo básico encontrado en destiladores de efecto múltiple, sin consideraciones de transferencia de masa y turbulencia. En el mismo, se ha prestado particular atención a la modelización del vidrio separador. También se ha estudiado la convección natural con transferencia de calor y masa (vapor) en cavidades cuya geometría corresponde a desalinizadores multiefecto, con temperaturas y concentraciones superior e inferior constantes (Esteban, 2004), en el que se ha mantenido constante el Rayleigh térmico y se ha variado el Rayleigh másico desde  $10^3$  a  $10^7$ .

En este trabajo se modeliza un sistema de dos etapas, cuyas secciones transversales son trapezoidales. Para la ecuación de energía se impone condiciones adiabáticas en los laterales, temperatura fría en la parte superior y caliente en la parte inferior. Para el caso de la ecuación de difusión se supone impenetrabilidad en las caras laterales y equilibrio termodinámico en las superficies superior, inferior y en las internas. La variación del número de Rayleigh térmico estudiada va desde  $10^3$  a  $10^7$ , mientras que el valor del Rayleigh másico queda en función del anterior.

Además, se estudia el comportamiento térmico y difusivo de ambos recintos, acoplados por la conducción de calor de la superficie de separación, teniendo en cuenta los procesos de evaporación y condensación. El dominio de cálculo se discretiza con el método de volúmenes de control y se resuelve sobre ellos las ecuaciones de Navier Stokes bajo la aproximación de Boussinesq, de continuidad, de conservación de la energía y la ecuación de difusión para el componente condensable, en este caso del vapor de agua. También se describen los patrones de temperatura, de flujo y se obtienen las correlaciones del Nusselt y Sherwood globales en función del número de Rayleigh.

# 2 DESCRIPCIÓN MATEMATICA

## 2.1 Ecuaciones Gobernantes

Las ecuaciones dimensionales que describen la transferencia de calor y masa, bajo régimen laminar de convección natural, transitoria son:

Ecuación de continuidad para flujo incompresible:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

Ecuación de momento en x:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \tag{2}$$

donde  $\nu$  es la viscosidad cinemática de la mezcla.

Ecuación de momento en y, donde se incluyen los términos de flotación debido a los gradientes de temperatura y concentración, asumiendo la aproximación de Oberbeck-Boussinésq

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) + g\beta_T \left(T - T_\infty\right) + g\beta_C \left(C - C_\infty\right) \tag{3}$$

donde g es la aceleración de la gravedad,  $\beta_T$  y  $\beta_C$  son los coeficientes de expansión volumétricos térmico y másico, respectivamente,  $T_{\infty}$  y  $C_{\infty}$  son la temperatura y concentración de referencia, respectivamente.

Ecuación de la energía para flujo laminar, dada por:

$$\rho c_p \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \rho D \left( c_{pv} - c_{pa} \right) \left( \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial C}{\partial y} \right)$$
(4)

donde  $\rho$  es la densidad, k es la conductividad térmica, D es la difusividad másica,  $c_p$ ,  $c_{pv}$  y  $c_{pa}$  son las capacidades caloríficas de la mezcla, del vapor de agua y del aire, respectivamente. En esta ecuación se ha conservado el término correspondiente al transporte de energía producido por la inter-difusión de las especies, dado por el segundo miembro del lado derecho de la ecuación. Algunos autores (Debbissi C., Orfi J., 2003) consideran que el término interdifusivo tiene una contribución mínima al transporte de energía y no lo tienen en cuenta.

Ecuación de difusión de las especies:

$$\left(u\frac{\partial C}{\partial x} + v\frac{\partial C}{\partial y}\right) = D\left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}\right) \tag{5}$$

Introduciendo el adimensionamiento de las variables del siguiente modo:

longitudes: 
$$\hat{x} = \frac{x}{H}, \ \hat{y} = \frac{y}{H},$$
 (6)  
velocidades:  $\hat{u} = \frac{u}{u_o}, \ \hat{v} = \frac{v}{u_o}$   
temperatura:  $\hat{T} = \frac{T - T_m}{C - C_{\min}}$   
concentración:  $\hat{C} = \frac{C - C_{\min}}{\frac{\Delta C}{H}}$ 

Tabla 1. Adimensionalización de variables.

siendo H la altura del recinto,  $u_o = \frac{\alpha R a_T^{1/2}}{H}$  la velocidad característica de la capa límite térmica,  $T_m$  la temperatura media,  $\Delta T$  el salto de temperatura,  $C_{\min}$  la concentración mínima y  $\Delta C$  el salto de concentración.

Teniendo en cuenta los siguientes parámetros físicos:

difusividad térmica	$\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$	número de Smith	$Sc = \frac{\nu}{D} = Le \operatorname{Pr}$	
número de Lewis	$Le = \frac{\alpha}{D}$	Rayleigh térmico	$Ra_T = \frac{g\beta_T \ \Delta T \ H^3}{\nu\alpha}$	(7)
número de Jacob	$Ja = \frac{c_p \Delta T}{h_{fg}}$	Rayleigh másico	$Ra_C = \frac{g\beta_C \ \Delta C \ H^3}{\nu\alpha}$	(1)
número de Prandlt	$\Pr = \frac{\nu}{\alpha}$		$A = \frac{(c_{pv} - c_{pa})\Delta C}{c_p}$	

Tabla 2. Parámetros característicos del problema.

## 2.2 Dominio de Cálculo

La figura 1 muestra el dominio de cálculo correspondiente a la geometría trapezoidal con las condiciones de bordes impuestas y las denominaciones de cada superficie.



Figura 1. Dominio de cálculo y condiciones de borde.

La forma adimensional de las ecuaciones 1-5 se detallan a continuación:

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{y}} = 0 \tag{8}$$

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{t}} + \hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} + \hat{v} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{y}} = \frac{\Pr}{Ra_T^{0.5}} \left( \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{x}^2} + \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{y}^2} \right)$$
(9)

$$\frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{t}} + \hat{u}\frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{x}} + \hat{v}\frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{y}} = \frac{\Pr}{Ra_T^{0.5}} \left(\frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial \hat{x}^2} + \frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial \hat{y}^2}\right) + \Pr\left(\hat{T} + \frac{Ra_c}{Ra_T}\hat{w}\right) \tag{10}$$

$$\left(\hat{u}\frac{\partial\hat{T}}{\partial\hat{x}} + \hat{v}\frac{\partial\hat{T}}{\partial\hat{y}}\right) = \frac{1}{Ra_T^{0.5}} \left(\frac{\partial^2\hat{T}}{\partial\hat{x}^2} + \frac{\partial^2\hat{T}}{\partial\hat{y}^2}\right) + \frac{A}{LeRa_T^{0.5}} \left(\frac{\partial\hat{T}}{\partial\hat{x}}\frac{\partial\hat{w}}{\partial\hat{x}} + \frac{\partial\hat{T}}{\partial\hat{y}}\frac{\partial\hat{w}}{\partial\hat{y}}\right)$$
(11)

$$\left(\hat{u}\frac{\partial\hat{C}}{\partial\hat{x}} + \hat{v}\frac{\partial\hat{C}}{\partial\hat{y}}\right) = \frac{\Pr}{Sc\,Ra_T^{0.5}}\left(\frac{\partial^2\hat{C}}{\partial\hat{x}^2} + \frac{\partial^2\hat{C}}{\partial\hat{y}^2}\right) \tag{12}$$

A fin de adquirir experiencia en la imposición de condiciones de borde en zonas internas al dominio de cálculo, tratar con el término fuente extra  $(S_c \ y \ S_p)$  en la ecuación de energía que da cuenta del proceso interdifusivo e imponer condición de equilibrio termodinámico en las adyacencias de las superficies, se resolvieron numéricamente dos problemas preliminares a la geometría planteada en este trabajo.

- 1. Transferencia de calor y masa, bajo el régimen de convección natural conjugada con una superficie de vidrio intermedia, en un dominio rectangular.
- 2. Transferencia de calor y masa, bajo el régimen de convección natural, en un dominio trapezoidal.

Algunos resultados de los problemas descriptos anteriormente, se presentan a fin de realizar una comparación con el problema planteado en el dominio mostrado en la figura 1.

Se utiliza una red uniforme de 100 x 150 nodos para la geometría rectangular y de 100 x 315 nodos para la trapezoidal, en ambas situaciones los volúmenes de control son rectangulares. La resolución del problema se realiza con un programa desarrollado por Patankar para régimen transitorio, basado en la técnica de volúmenes de control y el algoritmo SIMPLER. Se usa un parámetro de relajación de 0,8 y se avanza temporalmente (iteración externa) hasta alcanzar el estado estacionario. Dentro de cada paso temporal se realizan hasta 20 iteraciones para resolver el sistema lineal de ecuaciones (iteración interna), lo cual es suficiente para garantizar la convergencia en cada paso temporal.

#### 2.3 Condiciones de Borde

Para la superficie inferior y superior se imponen condición de tipo Dirichlet para la temperatura y concentración, mientras que las paredes verticales permanecen aisladas térmicamente y presentan condiciones de no deslizamiento para la velocidad. Los distintos parámetros de la mezcla y del vidrio ( $\rho$ ,  $\alpha_f$ ,  $\alpha_v$ , k,  $c_p$ ) fueron evaluados a la temperatura media (80°C). La imposición de condiciones de borde en regiones internas al dominio de cálculo puede ser manejada a través de términos fuentes,  $S_c$  y  $S_p$ (Patankar, 1997).

En cuanto a las condiciones de borde para las velocidades  $u \ge v$ , la condición de no deslizamiento en una pared sólida implica que las velocidades tangenciales son nulas; sin embargo las velocidades normales son nulas solamente sobre paredes secas. En regiones donde ocurre evaporación o condensación la velocidad normal está acoplada a la concentración y no es nula. Puesto que la solubilidad del aire en agua es despreciable y solamente el vapor de agua escapa a la superficie húmeda, consideramos condiciones de borde para la ecuación de momento en y del tipo superficie semipermeable, (Yan-Lin, 2000). La velocidad interfacial sobre las superficie húmedas (Eckert, 1972) está dada por:

$$v_i = -\frac{D}{(1 - w_{sat,i})} \frac{\partial w_i}{\partial n} \tag{13}$$

Para implementar esta condición en la ecuación 10, en la dirección normal a cada superficie utilizando el programa de Patankar, debemos adimensionar primero la ecuación 13, haciendo esto se tiene:

$$u_0 \hat{v}_i = -\frac{D}{(1 - w_{sat,i})} \frac{\Delta w}{H} \frac{\partial \hat{w}_i}{\partial \hat{n}}$$
(14)

despejando  $\hat{v}_i$ , teniendo en cuenta los parámetros definidos en 7, se obtiene:

$$\hat{v}_i = -\frac{\Delta w}{(1 - w_{sat,i})} \frac{1}{LeRa_T^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial \hat{w}_i}{\partial \hat{n}}$$
(15)

donde el subíndice *i*, puede identificar a las superficies inferior, superior, media inferior y media superior. Cuando la superficie considerada no sea horizontal, la velocidad normal a cada superficie tendrá dos componentes, una horizontal y otra vertical, sin embargo al considerar razones de aspectos pequeñas, se puede observar que la componente de mayor peso es la componente vertical, ya que es la que determina el módulo y la dirección predominante del flujo. Si bien la razón de aspecto para el dominio de cálculo es 1, en el caso de geometría trapezoidal, la misma se reduce a 0.3, para cada etapa; por lo que la aproximación propuesta anteriormente es válida.

Para tener en cuenta el nuevo término interdifusivo que aparece en la ecuación 11, (Patankar, 1997) propone introducirlo mediante un término fuente, dado por:

$$S_c = \frac{A}{LeRa_T^{\frac{1}{2}}} \left( \frac{\partial \hat{T}}{\partial \hat{x}} \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{x}} + \frac{\partial \hat{T}}{\partial \hat{y}} \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{y}} \right)$$
(16)

Los campos de temperatura y concentración utilizados en este término fuente, corresponden a la iteración temporal anterior, esto introduce un error en el cálculo de los campos, los cuales se minimizan realizando iteraciones internas antes de avanzar temporalmente.

La ecuación 12 requiere un tratamiento especial sobre la superficie de vidrio húmedas (superficie media inferior y media superior), donde el establecimiento de un perfil de temperatura determina la fracción de masa de vapor de agua,  $C_{sat}(p_{sat}(T))$ ; donde  $p_{sat}(T)$  es la presión de saturación del vapor de agua sobre la superficie de vidrio.

Como estamos considerando equilibrio termodinámico, en las adyacencias de las superficies donde ocurre evaporación o condensación, se ha usado la expresión de la presión de vapor de saturación obtenida por Antoine, donde la presión se mide en Pa, en función de la temperatura dada en  $^{o}$ C.

$$p_{sat}(T) = 161.7574 \exp\left(18.4779 - \frac{4026.9759}{T + 234.7384}\right) + 3.7383$$
(17)

$$C_{sat,i}(p_{sat}(T)) = \frac{p_{sat,i}M_v}{[p_{sat,i}M_v + (P - p_{sat,i})M_a]}$$
(18)

donde  $M_v$ ,  $M_a$  son los pesos moleculares del vapor de agua y del aire, respectivamente, y P es la presión atmosférica.

Se ha impuesto una diferencia de temperatura ( $\Delta T$ ) entre la superficie inferior y superior de 20°C, en tanto que el salto de concentración ( $\Delta C$ ) se ha calculado usando 17 y 18. Con estas variaciones, para cada Rayleigh térmico se ha calculado su correspondiente Rayleigh másico, utilizando la siguiente ecuación:

$$Ra_C = \frac{\beta_C}{\beta_T} \frac{\Delta C}{\Delta T} Ra_T \tag{19}$$

El rango de número de Rayleigh térmico estudiado es de  $10^3$  a  $10^7$ , mientras que el valor del Rayleigh másico calculado según 19 varía entre  $3.14 \times 10^3$  a  $3.14 \times 10^7$ .

## **3 RESULTADOS OBTENIDOS**

#### 3.1 GEOMETRIA RECTANGULAR

La figura 2 muestra los patrones de flujo, temperatura, concentración y campo de velocidad para una geometría rectangular para  $Ra_T$  desde  $10^4$  a  $10^6$ , una vez alcanzado el estado estacionario. En todos los casos estudiados las isotermas y las curvas de isoconcentración se han graficado con un salto de temperatura y de concentración adimensional constante igual a 0.015, esto es posible debido a las condiciones de borde tipo Dirichlet impuestas, en las superficies inferior y superior. Con respecto a las funciones de corriente las escalas utilizadas difieren para cada valor de  $Ra_T$ , se toma en cada caso los valores propuestos por el graficador, ya que esto permite una mejor visualización de los patrones.

Para  $Ra_T = 10^4$ , las líneas de corriente presentan un perfil similar al encontrado en el problema de calentamiento lateral y se puede observar que la superficie de vidrio se encuentra una temperatura uniforme cercana al valor medio ( $\hat{T} = 0$ ). Las curvas de isoconcentración muestran que en las adyacencias inferior y superior de la superficie de vidrio, la misma toma un valor constante debido a la condición de borde impuesta, 18. A  $Ra_T = 10^5$ , las líneas de corriente indican que el tipo de flujo encontrado es convectivo multicelular, a pesar de que las isotermas y curvas de isoconcentración presenten "suaves ondulaciones" a medida que nos acercamos a la superficie de vidrio.

En cuanto a los perfiles obtenidos para  $Ra_T = 10^6$  los mismos corresponden a un régimen convectivo multicelular, tanto para las isotermas como para las curvas de isoconcentración se observan plumas ascendentes y descendentes, características de este tipo de flujo.

Los campos de velocidad permiten determinar el sentido de giro de los rollos visualizados en los gráficos de las funciones de corrientes. En el recinto inferior, para todos los  $Ra_T$ , las celdas adyacentes a la pared vertical izquierda tienen una orientación horaria mientras que las correspodientes a la pared vertical derecha tienen una orientación antihoraria. En cambio para el recinto superior a  $Ra_T = 10^4$  y 10<sup>6</sup> esta orientación se invierte, esto no sucede a  $Ra_T = 10^5$ .



(Figura 2. Patrones de flujo en una geometría rectangular a distintos  $Ra_T$ )

La figura 3 muestra la distribución de temperatura y concentración sobre los nodos adyacentes a las superficies inferior y superior del recinto y media inferior y superior del vidrio separador. La gráfica de la izquierda corresponde a los perfiles de concentración para  $Ra_T = 10^4$ , se puede observar que los cuatro perfiles de concentración son constantes. El valor constante de la concentración en las superficies inferior y superior del recinto se debe a la condición de borde impuesta; mientras que valor constante de la concentración en las superficies media inferior y media superior se debe a que, a este valor de  $Ra_T$ , el régimen es aún del tipo conductivo. Los perfiles de temperatura presentan un comportamiento similar, los cuales no se han graficado.

Los otros dos gráficos de la figura 3 muestran, respectivamente, los perfiles de temperatura y concentración a  $Ra_T = 10^6$ . A diferencia de los perfiles encontrados a  $Ra_T = 10^4$ , se observa que la temperatura en todas las superficies varía con  $\hat{x}$ , comportamiento característico del régimen convectivo multicelular que tiene lugar a este valor de  $Ra_T$ . Las temperaturas en la etapa inferior presentan un mínimo a  $\hat{x} \approx 0.22$  y 0.78, posición en la cual se encuentra una pluma descendente; mientras que a  $\hat{x} \approx 0.5$ , la temperatura se mantiene al valor máximo impuesto, en concordancia con la ubicación de una zona de estancamiento. En tanto, que en las superficies del recinto superior este comportamiento se invierte.



Figura 3. Perfiles de temperatura y concentración.

En la gráfica superior de la figura 4 se muestra los perfiles de la componente vertical de la velocidad adimensional a distintos  $Ra_T$ , calculados sobre los nodos adyacentes a la superficie media inferior; las escalas para  $Ra_T = 10^4, 10^5$ , son del orden de  $10^{-5}$  y se miden sobre eje secundario indicado a la derecha del gráfico; mientras que para  $Ra_T = 10^6$ , son del orden de  $10^{-2}$ . El perfil de velocidad a  $Ra_T = 10^4$  muestra que el fluido se encuentra en reposo, en las adyacencias al vidrio, lo cual se corresponde con el tipo de flujo encontrado a este valor de  $Ra_T$ . A  $Ra_T = 10^5, 10^6$  los perfiles presentan picos y valles característicos del régimen convectivo multicelular, con tres máximos y dos mínimos correspondientes a las cuatro celdas convectivas.

En las gráficas inferiores de la figura 4 se muestran los perfiles de las componentes horizontal y vertical de la velocidad adimensional a  $Ra_T = 10^6$ , a distintos valores de  $\hat{x}$ . En el caso de la velocidad  $\hat{u}$  se muestran los perfiles a  $\hat{x} = 0.13, 0.36, 0.63 \text{ y } 0.87$ , posiciones correspondientes a los centros de las celdas convectivas; mientras que para la velocidad v los perfiles se muestran a  $\hat{x} = 0.25, 0.5 \text{ y } 0.75$ , posiciones correspondientes a las plumas ascendentes y descendentes. En ambas figuras se observa que las velocidades  $\hat{u}$  y  $\hat{v}$  son prácticamente nulas en las adyacencias de las superficies de evaporación-condensación ( $\hat{y} \approx 0.25, 0.5 \text{ y } 0.75$ ). Para ambas gráficas los perfiles en el recinto inferior y superior son semejantes. En el recinto superior se advierte una disminución en los valores máximos y mínimos respecto de los valores alcanzados en el inferior, particularmente para los correspondientes a  $\hat{u}$ .



Figura 4. Perfiles de velocidades sobre nodos adyacentes a las superficies evaporación-condensación.

## 3.2 GEOMETRIA TRAPEZOIDAL

La figura 5 muestra las líneas de corriente, patrones de temperatura y concentración adimensionales, una vez alcanzado el estado estacionario, para el recinto mostrado en la figura 1, desde  $Ra_T = 10^4$  a  $10^7$ .

Las líneas de corriente muestran que a medida que  $Ra_T$  aumenta, el tipo de régimen pasa de conductivo.  $(Ra_T = 10^4)$  a convectivo multicelular  $(Ra_T > 10^5)$ . Las isotermas muestran que en la superficie de vidrio existe un gradiente de temperatura, cuya variación se encuentra entre -0.4 y +0.4, aproximadamente; aún para valores de  $Ra_T$  de  $10^4$ .

A diferencia del caso puramente térmico (Aramayo, 2004) en el que a medida que aumenta  $Ra_T$  se multiplica las celdas convectivas, en este caso esto se cumple hasta  $Ra_T = 10^6$ ; a  $Ra_T$  mayores se observa un aumento de tamaño de una de las celdas convectivas, que tiende a ocupar la totalidad del recinto.

La figura 6 muestra la distribución de temperatura y concentración adimensionales, para los tres nodos utilizados en la discretización del vidrio  $(T_{vid-1}, T_{vid}, T_{vid+1})$ , los nodos adyacentes a las superficies media inferior  $(T_{\min f})$ , media superior  $(T_{m \sup})$ , inferior  $(T_{\inf})$  y superior  $(T_{\sup})$  del recinto. A diferencia de las temperaturas obtenidas para la geometría rectangular, figura 3, en este caso las curvas correspondientes a  $T_{\inf}$  y  $T_{\min f}$ no son paralelas, esto se debe a que en  $\hat{x} = 1$  la superficie de vidrio se aproxima a la superficie inferior caliente, y a  $\hat{x} = 0$  la superficie de vidrio se aproxima a la superficie superior fría, con lo cual  $T_{\sup}$  y  $T_{m \sup}$  tampoco son paralelas.

La gráfica de la izquierda corresponde a los perfiles de temperatura adimensional para  $Ra_T = 10^4$ , se puede observar que los perfiles son lineales; para los nodos internos y los adyacentes a las superficies media inferior y superior. Esto se debe a que a este valor de  $Ra_T$  el régimen es aún del tipo conductivo.

La gráfica de la derecha muestra los perfiles de temperatura adimensional a  $Ra_T = 10^6$ . Es interesante observar que a diferencia de los perfiles encontrados a  $Ra_T = 10^4$ , la temperatura ya no exhibe un comportamiento lineal dentro de la superficie de vidrio, en este caso las temperaturas muestran una variación, alcanzando un valor máximo para  $\hat{x} \approx 0.4$ , lugar donde se ubican las plumas ascendentes de ambas etapas. En tanto que a  $\hat{x} \approx 0.6$  se encuentran las plumas descendentes produciendo una disminución abrupta de la temperatura.



(Figura 5. Patrones de flujo para un recinto trapezoidal a distintos  $Ra_T$ )



Figura 6. Perfiles de temperaturas en distintas superficies.

# 4 TRANSFERENCIA DE CALOR

El flujo de calor total desde las superficies húmedas  $q_n$ , por unidad de área, tendrá dos componentes una debida a la transferencia por calor sensible  $q_s$  y otra debido al cambio de fase  $q_l$  (Yan W., Lin D., 2001):

$$q_n = q_s + q_l \tag{20}$$

$$q_n(s) = \left( \mp k \frac{\partial T}{\partial \vec{n}} \mp \frac{\rho D h_{fg}}{1 - C} \frac{\partial C}{\partial \vec{n}} \right)$$
(21)

siendo  $\vec{n}$  la dirección normal a la superficie, por el cual ingresa (o sale) el calor. El signo -/+ corresponde a los fenómenos de evaporación y condensación, respectivamente. Para el caso estudiado, recintos apilados con dos etapas, en las superficies inferiores a ellas ocurre el fenómeno de evaporación, mientras que en las superficies superiores hay condensación.

Adimensionando la ecuación de  $q_n$ , se puede calcular el número de Nusselt total de la siguiente manera:

$$Nu_t = \frac{q_n(s)}{\frac{k\Delta T}{H}} \tag{22}$$

Teniendo en cuenta las tablas 6 y 7, se tiene que:

$$Nu_t(s) = Nu_s + Nu_l = \mp \frac{\partial \hat{T}}{\partial \hat{n}} \mp \frac{1}{Ja \, Le} \frac{\Delta C}{(1 - C_i)} \frac{\partial \hat{C}}{\partial \hat{n}}$$
(23)

con lo cual el número de Nusselt total global sobre cada superficie, resulta:

$$Nu_t = \frac{1}{P} \int_0^P Nu_t(s) \, ds \tag{24}$$

donde P es la longitud de cada superficie.

Se ha realizado el cálculo individual de  $Nu_s$  y  $Nu_l$ , encontrándose que la mayor contribución al  $Nu_t$  corresponde a  $Nu_l$ , como era de esperarse.

En la figura 7 se muestran la evolución temporal de los Nusselt globales sobre las cuatro superficies correspondientes al dominio trapezoidal apilado, para  $Ra_T = 10^4$  y  $10^6$ . En ambos casos se puede observar que a medida que nos desplazamos hacia el recinto superior  $Nu_t$  decrece, esto se debe a la disminución de la temperatura promedio de cada superficie, de manera que:

$$Nu_{t,s} < Nu_{t,ms} < Nu_{t,mi} < Nu_{t,i} \tag{25}$$

En todos los casos estudiados se alcanza el estado estacionario, observándose que a  $Ra_T \geq 10^6$ , al principio de la evolución temporal existe una disminución seguida por un aumento en los valores de  $Nu_t$  que son propios de la convección multicelular, en cambio para  $Ra_T \leq 10^5$  estos valores crecen o decrecen rápidamente hasta alcanzar un valor constante. Por otro lado la diferencia entre los valores de  $Nu_t$  para cada recinto disminuye con el aumento de  $Ra_T$ .



Figura 7. Nusselt globales en las distintas superficies

La figura 8 muestran la evolución temporal de los Nusselt globales sobre dos superficies a distintos  $Ra_T$ , la gráfica de la izquierda corresponde a las superficies inferior y superior; mientras que a la derecha se muestra  $Nu_t$  para las superficies media inferior y media superior. Los valores de  $Nu_t$  encontrados en este trabajo (~ 10<sup>2</sup>) han aumentado apreciablemente respecto del caso puramente térmico (~ 10<sup>1</sup>) (Aramayo, 2004). Sobre las superficies inferiores se aprecia que a medida que aumenta el  $Ra_T$ , aumenta el  $Nu_t$ , en cambio en las superficies superiores este comportamiento se invierte.



Figura 8. Nusselt globales a distintos  $Ra_T$ 

En la adimensionalización propuesta en la tabla 1, se ha usado la altura total del dominio de cálculo H y el salto de temperatura  $\Delta T = T_{inf} - T_{sup}$ , para el cálculo de  $Ra_T$ , en forma global. Dado que estamos trabajando con una geometría trapezoidal consistente en dos recinto apilados; es conveniente definir el número de Rayleigh para cada recinto,  $Ra_n$ . Para este cálculo, se ha tomado como longitud característica la altura media de cada etapa,  $\frac{H}{3}$  y el salto de temperatura en cada recinto se ha considerado como  $\frac{\Delta T}{2}$ . La tabla 3 muestra la equivalencia entre  $Ra_T$  y  $Ra_n$ ;siendo este último dos órdenes de magnitud menor que el anterior.

$Ra_T$	$Ra_n$	
$10^{3}$	$1.85 \times 10^{1}$	
$10^{4}$	$1.85 \times 10^2$	
$10^{5}$	$1.85 \times 10^3$	
$2.5 \times 10^5$	$4.63 \times 10^{3}$	
$10^{6}$	$1.85 \times 10^4$	
$10^{7}$	$1.85 \times 10^{5}$	

Tabla 3. Equivalencia entre  $Ra_T$  y  $Ra_n$ .

# 5 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha avanzado en la simulación del sistema de destilación múltipleefecto en cuanto a la geometría y a la incorporación de los fenómenos de evaporacióncondensación; aunque todavía el régimen estudiado sea laminar, se ha adquirido experiencia en la implementación de condiciones de borde en superficies donde ocurre estos fenómenos. En este sentido, debemos aclarar que no se cuenta en la literatura disponible trabajos que nos permitan realizar algún tipo de comparación con nuestros resultados, por este motivo no se presenta la correlación entre los números de  $Nu_t$  y  $Ra_T$ . Este tipo de problema merece un análisis numérico y teórico más profundo, que permitan realizar conclusiones más acabadas.

En cuanto a la geometría rectangular se observa que a medida que  $Ra_T$  aumenta las celdas convectivas se multiplican, comportamiento característico en el problema de convección doble-difusiva, sin los fenómenos de evaporación-condensación. Para la geometría trapezoidal de obtiene patrones de flujo similares al caso de convección natural térmica conjugada, en el que a elevados  $Ra_T$  el flujo presenta características propias del problema de calentamiento lateral. La diferencia sustancial respecto a los problemas anteriores se encuentra en los valores de Nusselt globales alcanzados, siendo en el presente trabajo del orden de  $10^2$ , un orden de magnitud mayor que el encontrado en los casos anteriores. Esta diferencia se debe principalmente a la contribución de la componente de evaporación (condensación) en el cálculo del Nu, dado por 23.

## 6 BIBIOGRAFIA

- 1. Patankar S.V.. (1997) Computation of Heat Transfer and Fluid Flow. A general porpose computer program for two dimensional elliptic situations. University of Minnesota.
- 2. Eckert-Drake (1972) Analysis of Heat and Mass Transfer. McGraw-Hill.
- 3. Yan W., Lin D. (2001); "Natural convection heat and mass transfer in vertical annuli with film evaporation and condensation. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 44, pp. 1143-1151.
- 4. Giri A., Narasimham G., Krishna M. (2003) "Combined natural convection heat and mass transfer from vertical fin arrays". International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 24, pp. 100-113.
- Debbissi C., Orfi J. (2003); "Evaporation of water by free or mixed convection into humid air and superheat steam". International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 46, pp. 4703-4715.
- Esteban, S; Aramayo, A; Cardón, L (2003) "Conveccion natural multicelular en recintos triangulares rectangulares enfriados por arriba" Mecánica Computacional. Vol. XXII. pags. 1625-1639.
- Esteban, S; Aramayo, A; Cardón, L (2004), "Convección natural con transferencia de vapor en desalinizadores", publicado en Mecánica Computacional. Vol: XXIII. pags. 2111-2122.

8. Aramayo, A; Esteban, S;Cardón, L (2004),"Convección natural conjugada en recintos trapezoidales apilados", publicado en Mecánica Computacional. 2004, vol: XXIII. pags. 2067- 2078.