AVALIAÇÃO DE DANO EM ESTRUTURAS POR INTERMÉDIO DAS CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS

Andrea Brasiliano, Graciela N. Doz e José Luís V. de Brito

Faculdade de Tecnologia Departamento de Engenharia Civil e Ambiental Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil Universidade de Brasília 70910-900 – Brasília, DF, Brasil.

Palavras-chave: Estruturas, Dano, Propriedades dinâmicas.

Resumo. As estruturas de um modo geral sofrem durante sua vida útil processos de deterioração podendo provocar danos que, dependendo da intensidade, afetem a sua capacidade de carga e desempenho, comprometendo sua segurança. Dessa forma, faz-se necessário estabelecer um tipo de inspeção que possa avaliar as condições da estrutura de modo a localizar e quantificar a intensidade do dano. O dano presente em uma estrutura normalmente caracteriza-se por uma perda de rigidez localizada produzindo alterações nas características dinâmicas da mesma como freqüências e modos de vibração. Deste modo, é possível usar as alterações nesses parâmetros para localizar e quantificar o dano. Neste trabalho, dois métodos de identificação de dano por meio das características dinâmicas são comparados através de uma análise numérica, sendo estes o Método do Erro na Equação de Movimento (Genovese, 2000) e o método que combina as técnicas APC (Approximate Parameter Change) e DSM (Damage Signature Matching) (Lam et al., 1998). Ambos os métodos são baseados nas alterações produzidas pelo dano nos modos de vibração da estrutura.

1 INTRODUÇÃO

As estruturas de um modo geral experimentam, durante sua vida útil, vários tipos e formas de carregamentos estáticos e/ou dinâmicos, como cargas permanentes ou acidentais, movimento de pessoas, ações do vento, terremotos, impactos, fadigas etc. Estes carregamentos, associados aos fenômenos de: corrosão, ataque químico, carbonatação, entre outros, podem produzir diferentes tipos de dano, conforme a forma da estrutura e o tipo de material utilizado na sua construção.

Em conseqüência da deterioração da estrutura, sua capacidade de carga pode ser afetada, fazendo com que surjam outros problemas como fissuração e vibrações excessivas, que causem desconforto e insegurança para os usuários.

Quando há dúvidas a respeito da integridade estrutural, torna-se necessária a utilização de técnicas que permitam avaliar as condições globais da estrutura, uma vez que o dano não identificado pode resultar na ruptura de seus componentes, comprometendo a integridade e a segurança da mesma. Essa avaliação normalmente é feita por meio de inspeções visuais e técnicas não destrutivas.

A avaliação por meio de inspeção visual consiste na observação dos elementos que compõem a estrutura, apresentando algumas limitações, como por exemplo os pontos inacessíveis da estrutura não podem ser inspecionados visualmente, além da necessidade de técnicos com muita experiência para realizar o trabalho.

Dentre as técnicas de avaliação, encontram-se as técnicas de raio X, ressonância magnética, ultra-som, que apresentam um custo bastante elevado, os ensaios de carga e deslocamentos controlados e os ensaios dinâmicos. Os ensaios de carga e deslocamento controlados, muitas vezes, exigem grandes carregamentos, tornando seu custo também elevado além de consumir muito tempo para a sua realização.

Dessa forma, é importante o desenvolvimento de métodos que diminuam o tempo e custos necessários para permitir identificar corretamente os danos presentes nas estruturas.

Os ensaios dinâmicos têm sido usados por muitos autores para obter as características dinâmicas, como freqüências e modos de vibração, de estruturas de pontes, a fim de avaliar o estado de deterioração destas^{1,2}.

O dano presente em uma estrutura normalmente caracteriza-se por uma perda de rigidez e massa localizada, sendo que, na maioria dos casos, a perda de massa é insignificante e portanto, considerada desprezível³. Essa perda de rigidez pode ser causada por uma redução na seção transversal ou inércia do componente estrutural, como por exemplo no caso de uma fissura, ou por alguma alteração nas propriedades do material quando o dano é provocado por agentes químicos, implicando numa redução do módulo de elasticidade.

A perda de rigidez causada pelo dano na estrutura produz, por sua vez, alterações em suas características dinâmicas, como freqüências e modos naturais de vibração, tendo sido este fato verificado por vários autores^{4,5}. Essa perda de rigidez dependendo da natureza, localização e severidade do dano, e pelo fato da distribuição de tensões numa estrutura ser diferente e não uniforme para cada freqüência natural de vibração, afetará cada modo de vibração de forma diferente, possibilitando com isso a localização e a quantificação do dano^{4,6}.

Messina *et al.*⁷, entre outros, apresentaram métodos de detecção de dano observando as alterações, produzidas por este, nas freqüências de vibração das diferentes estruturas analisadas.

Segundo autores como Salawu⁶ e Lam *et al.*⁸, a informação fornecida apenas pelas freqüências naturais de vibração é insuficiente para localizar o dano corretamente.

Os modos de vibração fornecem mais informações a respeito da localização do dano e por isso vários autores desenvolveram métodos de detecção de danos baseados neste fato. Allemang e Brown⁹ e Lieven e Ewins¹⁰ definiram os índices MAC (Modal Assurance Criterion) e COMAC (Coordinate Modal Assurance Criterion) respectivamente, que proporcionam uma medida da diferença entre dois conjuntos de modos de vibração, podendo ser usados para identificar a existência de danos ou a localização destes.

Pandey *et al.*¹¹ propuseram o método da alteração na curvatura dos modos de vibração para determinar a localização dos danos. Doebling *et al.*¹², com o objetivo de selecionar os modos de vibração que podem fornecer informações mais completas e precisas para a identificação do dano em estruturas, desenvolveram um método baseado na energia de deformação modal. No ano seguinte, Shi *et al.*¹³ apresentaram um método para localizar danos em estruturas utilizando como indicador a alteração da energia de deformação modal em cada elemento da estrutura após a ocorrência do dano.

Lam *et al.*⁸ apresentaram as técnicas **APC** (Approximate Parameter Change) e **DSM** (Damage Signature Matching) as quais também utilizam as alterações nos modos de vibração para localizar os danos. Nesse trabalho, os autores aplicaram estas técnicas a fim de localizar o dano nas conexões de um pórtico com juntas semi-rígidas, através de uma análise experimental e numérica.

Genovese¹⁴ desenvolveu um método para localizar e quantificar danos, baseado no desequilíbrio ou erro na equação de movimento da estrutura sem dano, produzido pelos modos e freqüências de vibração da estrutura danificada. Esse método, chamado de Método do Erro na Equação de Movimento, foi avaliado, posteriormente, quando da sua aplicação em pórticos planos e vigas contínuas¹⁵.

Tendo em vista a importância dos métodos de identificação de dano em estruturas baseados nas alterações de suas propriedades dinâmicas, este trabalho apresenta uma comparação entre o Método do Erro na Equação de Movimento¹⁴ e o método que consiste na combinação das técnicas chamadas APC (Approximate Parameter Change) e DSM (Damage Signature Matching)⁸. Os métodos foram aplicados a uma viga contínua sendo considerados dois casos de dano.

2 TÉCNICAS APC (APPROXIMATE PARAMETER CHANGE) E DSM (DAMAGE SIGNATURE MATCHING) (Lam *et al.*, 1998)

2.1 TÉCNICA APC

Esta técnica baseia-se nas alterações produzidas pelo dano nos parâmetros do sistema como rigidez e massa da estrutura. Essas alterações podem ser representadas pela redução nos

valores dos correspondentes parâmetros do sistema e, se o interesse for apenas a localização do dano, a alteração exata dos parâmetros não precisa ser conhecida.

A fim de localizar os parâmetros alterados, o método estabelece uma relação entre os modos de vibração da estrutura e os parâmetros do sistema. Considere-se que exista q possíveis danos numa estrutura e os parâmetros correspondentes sejam p, p₂,...p_q. O i-ésimo modo de vibração da estrutura danificada pode ser expresso como uma função dos q parâmetros do sistema e a relação entre o modo de vibração e tais parâmetros pode ser escrita como uma expansão em série de Taylor:

$$\boldsymbol{\phi}_{i}(\mathbf{p} + \Delta \mathbf{p}) = \boldsymbol{\phi}_{i}(\mathbf{p}) + \sum_{j=1}^{q} \frac{\partial \boldsymbol{\phi}_{i}}{\partial p_{j}} \Delta p_{j} + \sum_{j=1}^{q} \frac{\partial^{2} \boldsymbol{\phi}_{i}}{\partial p_{j}^{2}} \Delta p_{j}^{2} + \cdots$$
(1)

onde $\mathbf{p} = \{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, ..., \mathbf{p}_j, ..., \mathbf{p}_q\}^T$ é o vetor dos parâmetros do sistema, correspondente a todos os possíveis danos, da estrutura sem dano, $\Delta \mathbf{p}$ é o vetor das alterações nos parâmetros do sistema devidas ao dano, $\phi_i(\mathbf{p})$ é o i-ésimo modo de vibração, como uma função dos parâmetros do sistema, da estrutura sem dano e $\phi_i(\mathbf{p} + \Delta \mathbf{p})$ é o i-ésimo modo de vibração, como uma função dos portuna função dos parâmetros do sistema, da estrutura sem dano e $\phi_i(\mathbf{p} + \Delta \mathbf{p})$ é o i-ésimo modo de vibração, como uma função dos parâmetros do sistema, da estrutura danificada.

Desprezando os termos $\Delta \mathbf{p}$ de ordem superiores, a equação (1) pode ser expressa em forma matricial como:

$$\Delta \boldsymbol{\phi}_{i} \cong \left[\frac{\partial \boldsymbol{\phi}_{i}}{\partial \mathbf{p}}\right]_{(Nxq)} \Delta \mathbf{p}_{(pxI)}$$
⁽²⁾

onde $\Delta \phi_i = \phi_i(\mathbf{p} + \ddot{\mathbf{A}}\mathbf{p}) - \phi_i(\mathbf{p})$ é a alteração no modo de vibração i devida ao dano e $\left[\frac{\partial \phi_i}{\partial \mathbf{p}}\right] = \left[\frac{\partial \phi_i}{\partial \mathbf{p}_1} \cdots \frac{\partial \phi_i}{\partial \mathbf{p}_q}\right]$ é uma matriz que contém a taxa de alteração do modo i com respeito

aos parâmetros do sistema correspondentes a todos q possíveis danos.

A equação (2) mostra a relação entre as alterações nos vetores modais e as alterações nos parâmetros. Utilizando o estimador de mínimos quadrados, os valores APC podem ser estimados das seguintes formas:

• quando o nº de graus de liberdade for igual ao nº de possíveis danos (N = q);

$$\mathbf{APC}_{i} = \left[\frac{\partial \mathbf{\Phi}_{i}}{\partial \mathbf{p}}\right]^{-1} \Delta \mathbf{\Phi}_{i}$$
(3)

• quando o nº de graus de liberdade for maior que o nº de possíveis danos (N > q);

$$\mathbf{APC}_{i} = \left(\left[\frac{\partial \boldsymbol{\phi}_{i}}{\partial \mathbf{p}} \right]^{\mathrm{T}} \left[\frac{\partial \boldsymbol{\phi}_{i}}{\partial \mathbf{p}} \right] \right)^{-1} \left[\frac{\partial \boldsymbol{\phi}_{i}}{\partial \mathbf{p}} \right]^{\mathrm{T}} \Delta \boldsymbol{\phi}_{i}$$
(4)

• quando o nº de graus de liberdade for menor que o nº de possíveis danos (N < q);

$$\mathbf{APC}_{i} = \left[\frac{\partial \mathbf{\phi}_{i}}{\partial \mathbf{p}}\right]^{\mathrm{T}} \left[\left[\frac{\partial \mathbf{\phi}_{i}}{\partial \mathbf{p}}\right]\left[\frac{\partial \mathbf{\phi}_{i}}{\partial \mathbf{p}}\right]^{\mathrm{T}}\right]^{-1} \Delta \mathbf{\phi}_{i}$$
(5)

Como o dano reduz o valor dos parâmetros do sistema, como a rigidez de um elemento da estrutura, o maior valor APC, em módulo, pode ser usado como um indicador do local do dano. Portanto, se o dano indicado em todos os modos correlacionados for o mesmo, pode-se concluir com segurança que é o local correto.

Em alguns casos, o dano pode não ser claramente indicado pelo índice, em alguns modos, devido a erros de medição, modos incompletos ou pela perda de graus de liberdade mais sensíveis ao dano. Nestes casos, todos os possíveis casos de dano informados pelo APC devem ser identificados e a técnica DSM será usada para confirmar os locais de dano corretos.

2.2 TÉCNICA DSM

A magnitude das alterações que ocorrem nas propriedades dinâmicas das estruturas, devido à presença de dano, depende do local e da severidade do mesmo. Além disso, danos em diferentes locais com um determinado grau de severidade, afetarão diferentemente os modos e as freqüências de vibração, tendo um efeito maior em uns modos do que em outros.

Se as alterações nas características dinâmicas, para todos os possíveis casos de dano, são preditas a partir de um modelo analítico, as alterações medidas podem ser comparadas com as alterações preditas devido a todos os possíveis danos. O conjunto de alterações preditas que melhor "coincidir" com os valores medidos pode ser identificado e o caso de dano correspondente pode ser considerado como correto.

Nesta técnica, a localização do dano pode ser avaliada confrontando o **MDS** (Measured Damage Signatures) com o **PDS** (Predicted Damage Signatures) para diferentes possíveis casos de dano. O **MDS** é definido como a alteração no modo i, $\Delta \phi_i$, medida dividida pela alteração da freqüência de um determinado modo de referência, no caso, o modo 1, $\Delta \dot{u}_i^2$:

$$\mathbf{MDS}_{i} = \frac{\Delta \mathbf{\phi}_{i}}{\Delta \dot{\mathbf{u}}_{i}^{2}} \tag{6}$$

A escolha do modo de referência depende da precisão com que esse modo é medido e da sensibilidade deste ao dano. Neste trabalho, o modo 1 é empregado, entretanto, se a variação na freqüência do primeiro modo for muito pequena, deve-se escolher outra como referência. Isto porque, um denominador muito pequeno na equação 6, causará dificuldades numéricas no cálculo do vetor **MDS**. Deve-se observar também que antes do cálculo de $\Delta \phi_i$ os dois conjuntos de modos devem estar normalizados.

Quanto ao PDS, este é calculado através da seguinte equação:

$$\mathbf{PDS}_{ik} = \frac{\frac{\partial \phi_i}{\partial p_k} \Delta p_k}{\frac{\partial \dot{u}_i^2}{\partial p_k} \Delta p_k} = \frac{\frac{\partial \phi_i}{\partial p_k}}{\frac{\partial \dot{u}_i^2}{\partial p_k}}$$
(7)

onde $\frac{\partial \phi_i}{\partial p_k}$ é a taxa de variação do modo i com relação ao parâmetro correspondente ao k-ésimo dano e $\frac{\partial \dot{u}_1^2}{\partial p_k}$ é a taxa de variação da freqüência de referência com relação ao parâmetro

correspondente ao k-ésimo dano.

Para cada possível local de dano identificado pelo APC, os correspondentes sinais de danos preditos (PDS) serão comparados com os sinais de danos medidos (MDS). O MDS corresponde a diferença entre os modos de vibração da estrutura sem dano e da estrutura com o dano real. Já o **PDS**, corresponde a diferenca entre os modos de vibração da estrutura sem dano e com dano nos elementos identificados pelo APC. O dano será, então, aquele para o qual o PDS e o MDS melhor coincidirem em todos os modos considerados. Isto pode ser verificado fazendo-se um gráfico dos valores de PDS e MDS em função dos graus de liberdade.

Uma outra forma de comparar os sinais de dano é calculando a norma da diferença entre o PDS e o MDS para cada modo considerado. A soma das normas calculadas para todos os modos é definida como a discrepância total para aquele possível dano. O possível dano com a menor discrepância será o dano real da estrutura, D_k:

$$D_{k} = \sum_{i=1}^{m} \left\| \mathbf{PDS}_{ik} - \mathbf{MDS}_{i} \right\|$$
(8)

3 O MÉTODO DO ERRO NA EQUAÇÃO DE MOVIMENTO

O método do erro na equação de movimento permite identificar o dano em uma estrutura através de duas etapas, sendo estas, a localização e a quantificação do mesmo. A localização do dano é feita observando o erro presente na equação de movimento, equação (9), quando se utilizam os parâmetros da estrutura intacta, isto é, a matriz de rigidez e de massa, e os modos e freqüências de vibração da estrutura danificada:

$$\mathbf{E} = \mathbf{K} \, \mathbf{\phi}' - \mathbf{\Lambda}' \, \mathbf{M} \, \mathbf{\phi}' \tag{9}$$

onde K e M são, respectivamente, a matriz de rigidez e de massa global da estrutura sem dano, ♦' é uma matriz cujas colunas representam os modos de vibração da estrutura danificada, A' é uma matriz diagonal cujos valores são as freqüências de vibração da estrutura danificada e E é uma matriz cujos valores representam o erro na equação de movimento devido à presença do dano.

Cada coluna da matriz **E** representa o vetor de erro correspondente a um determinado modo de vibração. O valor correspondente a cada linha desse vetor representa o erro que ocorre em determinadas posições da estrutura. Dessa forma, o maior valor de erro indicará a posição do dano na estrutura para um determinado modo de vibração.

Quanto à quantificação do dano, esta consiste basicamente em minimizar o erro na equação de movimento por meio de um processo iterativo. Nesta etapa é introduzido um fator p que multiplicará apenas a matriz de rigidez do elemento danificado antes da montagem da matriz de rigidez global da estrutura conforme representado esquematicamente pela Equação (12). Admite-se que o dano altera de forma insignificante a matriz de massa do sistema quando comparada às alterações na matriz de rigidez^{3,4}, por isso o fator p multiplicará apenas a matriz de rigidez.

O processo iterativo consiste em variar o valor de p entre 0 e 1, onde 0 representa a perda total de rigidez do elemento e 1 a rigidez do elemento sem dano algum, de modo a obter o mínimo da norma da matriz $\mathbf{E} = \mathbf{f}(\mathbf{p})$ entre esse intervalo:

$$\mathbf{E}(\mathbf{p}) = \mathbf{K''}(\mathbf{p})\,\mathbf{\phi'} - \mathbf{\ddot{E}'}\,\mathbf{M}\,\mathbf{\phi'} \tag{10}$$

onde:

$$\mathbf{K}^{\prime\prime}(\mathbf{p}) = \mathbf{K}_{\text{elementos sem dano}} + \mathbf{p} \, \mathbf{K}_{\text{elemento danificado}}$$
(11)

4 EXEMPLOS NUMÉRICOS

A viga utilizada nesta aplicação é mostrada na Figura 1 e tem como características; seção retangular uniforme ($0,14 \times 0,24$ m), módulo de elasticidade (E) de 3,5 x 10^{10} N/m², massa específica (ρ) igual a 2500 kg/m³, módulo de elasticidade transversal (G) igual a 1,3461 x 10^{10} N/m² e coeficiente de Poisson (v) 0,3.

Na discretização da viga contínua, foram considerados elementos de 10 cm de comprimento com dois graus de liberdade por nó, conforme mostra a Figura 2, sendo a matriz de rigidez utilizada definida pela expressão (12) e a matriz de massa por (13).

A viga foi analisada para dois casos de dano. No primeiro foi introduzido dano no elemento 20, em seguida foi mantido o dano no elemento 20 e introduzido um outro dano no elemento 35, ficando os dois elementos danificados simultaneamente. Os danos foram introduzidos por meio de uma redução da inércia e da área dos elementos, cujos valores encontram-se na Tabela 1. A Figura 1 mostra os elementos danificados.



Figura 1: Viga com os elementos 20 e 35 danificados.



Figura 2: Elemento de barra com dois graus de liberdade por nó.

onde **k** e **m** são, respectivamente, as matrizes de rigidez e de massa do elemento, L é o comprimento do elemento, $\phi = \frac{12 \text{ EI}}{\text{GA}_{\text{S}} \text{L}^2}$ é uma constante de correção ao corte, $\text{A}_{\text{S}} = \frac{\text{A}}{\text{F}_{\text{S}}}$ é a área de corte e $\text{F}_{\text{S}} = 1,2$ representa a constante de deformação por corte para seção retangular.

Tabela 1 - Valores de redução de inércia e área dos elementos danificados.

Elementos	Redução de Inércia	Redução de Área
20	25%	9,14%
35	5%	1,70%

Os valores das freqüências naturais de vibração da viga sem dano e para os dois casos de dano encontram-se na Tabela 2. Os cinco primeiros modos de vibração da viga sem dano estão mostrados na Figura 3. Apenas os valores de **APC** para os quatro primeiros modos serão apresentados posteriormente.

Tabela 2 - Valores das freqüências de vibração da viga sem dano e para os dois casos de dano.

Freqüências	Sem dano (Hz)	Dano no elemento 20 (25%) (Hz)	Dano nos elementos 20 (25%) e 35 (5%) (Hz)
1 ^a	53,2842	53,1572	53,1283
2ª	120,4347	120,3899	120,3971
3 ^a	196,7137	195,8541	195,8208
4 ^a	371,9610	371,8220	371,6156
5 ^a	435,0378	434,8546	434,7773



Figura 3: Modos de vibração da viga sem dano.

4.1 TÉCNICAS APC E DSM

Para cada um dos quatro modos considerados, os valores **APC** foram calculados utilizando a equação (4), considerando todos os possíveis danos, e estão mostrados nas figuras 4 e 5. Neste caso, foram considerados os 50 elementos como possíveis locais de dano. Para se obter a matriz $\partial \phi_i / \partial \mathbf{p}$ foi introduzida uma porcentagem de dano arbitrário em cada um dos 50 elementos, ou possíveis locais de dano, e calculados os modos de vibração correspondentes a estes danos. Cada coluna da matriz $\partial \phi_i / \partial \mathbf{p}$ é dada pela diferença entre os modos de vibração sem dano e danificados obtidos para cada um dos 50 possíveis locais de dano.

A Figura 4 apresenta os valores para o primeiro caso de dano enquanto que a Figura 5 corresponde ao segundo, dano nos elementos 20 e 35. Como pode ser observado, em ambos os casos o maior valor encontra-se nos elementos danificados indicando a correta localização destes.

Neste exemplo não seria necessário aplicar a técnica DSM, já que os casos de dano foram identificados corretamente pela técnica APC, porém os valores de **PDS** e **MDS** para o dano nos elementos 20 e 35 (casos de dano corretos) encontram-se apresentados nas figuras 6 e 7, e foram obtidos para os quatro primeiros modos de vibração da viga. Os valores de **MDS** também foram comparados com os valores de **PDS** para o elemento 3, que não apresenta dano, a fim de verificar a eficiência da técnica. O **MDS** foi obtido, para cada caso, considerando o dano de 25% no elemento 20 e de 5% no elemento 35 da viga, enquanto que o **PDS** foi obtido considerando uma porcentagem de dano qualquer no elemento 3 da viga.

Observando a Figura 6, verifica-se que os valores de **PDS** e **MDS** se aproximam, no caso do dano de 25% no elemento 20 da viga, sendo para o segundo, terceiro e quarto modo de vibração, mais evidente tal aproximação. Já para o dano de 5% no elemento 35, a aproximação entre os valores de **PDS** e **MDS** ocorre apenas no segundo e terceiro modos, como pode ser observado na Figura 7.

A Figura 8 apresenta os valores de **PDS** e **MDS** para o caso incorreto de dano, elemento 3 da viga, onde verifica-se que para dois dos modos considerados há uma aproximação desses valores.



Figura 4: Valores de APC para os modos 1, 2, 3 e 4 – Viga com dano no elemento 20.



Figura 5: Valores de APC para os modos 1, 2, 3 e 4 – Viga com dano nos elementos 20 e 35.



Figura 6: Comparação dos valores de PDS e MDS para dano no elemento 20 da viga.



Figura 7: Comparação dos valores de PDS e MDS para dano no elemento 35 da viga.



Figura 8: Comparação dos valores de **MDS**, obtido para o segundo caso de dano, e de **PDS** obtido para dano no elemento 3 da viga.

4.2 MÉTODO DO ERRO NA EQUAÇÃO DE MOVIMENTO - LOCALIZAÇÃO

Foi utilizado também o método do erro na equação de movimento e os resultados obtidos estão graficados nas figuras 9 (dano no elemento 20) e 10 (dano nos elementos 20 e 35). Observando estas figuras, verifica-se que os casos de dano foram identificados corretamente pelo método do erro na equação de movimento. Na Figura 9, observa-se que os maiores valores de erro ocorrem nos nós 20 e 21 que delimitam o elemento danificado. Da mesma forma, na Figura 10 verifica-se que os maiores valores de erro encontram-se nos nós que delimitam os elementos 20 e 35, permitindo localizar com precisão as regiões danificadas.



Figura 9: Método do Erro na Equação de Movimento para viga com dano de 25% no elemento 20.



Figura 10: Método do Erro na Equação de Movimento para viga com dano de 25% no elemento 20 e 5% no elemento 35.

A Figura 11 apresenta o resultado da quantificação do dano no elemento 20 da viga contínua. O valor de redução de inércia considerado inicialmente, bem como o valor obtido pelo método do erro, estão apresentados na Tabela 3.

O valor obtido pelo método é menor que o valor considerado inicialmente, isto porque a matriz de rigidez utilizada leva em consideração a deformação por corte, porém este valor

encontra-se entre o valor de redução de inércia inicial e o valor de redução de área correspondente, como pode ser observado na Tabela 3.



Figura 11: Quantificação do dano no elemento 20 da viga contínua por meio do Método do Erro na Equação de Movimento (Dano de 25%).

Tabela 3. Valores de redução de inércia e área considerados inicialmente e obtido pelo método do erro na equação de movimento para dano no elemento 20 da viga.

Elemento	Redução de Inércia	Redução de Área	Redução de rigidez obtida pelo	
Danificado	considerada	considerada	método (1-p)	
20	25%	9,14%	14%	

A quantificação do dano para o caso em que dois elementos encontram-se danificados simultaneamente, também foi feita utilizando as equações (10) e (11). Neste caso, \mathbf{K}'' apresenta valores de p_1 e p_2 diferentes de 1 que multiplicarão, respectivamente, apenas a matriz de rigidez do primeiro e segundo elemento danificado.

O processo iterativo consistiu em variar o valor de p_1 entre 0 e 1, onde o valor 0 representa a perda total de rigidez do elemento e, para cada valor de p_1 variar também p_2 no mesmo intervalo, construindo uma superfície conforme a apresentada na Figura 12. Os valores de p_1 e p_2 que produzem o mínimo da função $\mathbf{E} = f(p_1, p_2)$, representam a rigidez dos elementos danificados em relação à rigidez dos elementos sem dano.

A Figura 12 apresenta a superfície obtida do processo de quantificação do dano nos elementos 20 e 35 da viga, cujos valores de p_1 e p_2 e as respectivas reduções de rigidez obtidas pelo método do erro encontram-se na Tabela 4.

Tabela 4. Valores da redução de inércia e área considerados inicialmente nos elementos 20 e 35 da viga e da redução de rigidez obtido pelo método do erro.

Elementos Danificados	Redução de Inércia	Redução de Área	Fator p ₁	Fator p ₂	Redução de rigidez obtida pelo método (1-p)
20	25%	9,14%	0,860		14%
35	5%	1,70%		0,975	2,50%



Figura 12: Quantificação do dano de 25% no elemento 20 e 5% no elemento 35 da viga contínua por meio do Método do Erro na Equação de Movimento.

5. CONCLUSÕES

Os métodos de detecção de danos presentes neste trabalho utilizam os modos de vibração da estrutura para localizar e quantificar o dano (Método do Erro). A técnica APC permitiu identificar precisamente as regiões danificadas. Embora não sendo necessária a aplicação da técnica DSM, que permite confirmar os locais de dano identificados pelo APC, os resultados fornecidos por esta não se mostraram tão precisos, exceto no caso em que o elemento 20 apresenta um dano de 25%. Observando a Figura 8, que apresenta os valores de **MDS** e **PDS** para o dano de 5% no elemento 35, verifica-se que tais valores aproximam-se bem apenas no segundo e terceiro modos. A Figura 8, que está comparando os valores de **MDS** com os valores de **PDS** obtidos para o elemento 3 que não está danificado na viga, mostra uma boa aproximação de tais valores no primeiro e segundo modos, o que poderia levar a pensar que este seria um caso de dano correto.

O método do erro na equação de movimento foi mais preciso na localização dos elementos danificados, uma vez que nos resultados fornecidos por este não existe qualquer dúvida sobre em quais regiões encontram-se os danos. Mesmo quando considerado um dano de pequena magnitude (5% de redução de inércia – 1,7% de redução de área) os resultados também foram bastante precisos. Além da localização dos elementos danificados, o método do erro permitiu um quantificação bastante satisfatória dos danos presentes na viga.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

M. Kato e S. Shimada, "Vibration of PC bridge during failure process", *Journal of Structural Engineering*, 112(7), 1692-1703, (1986).

- [2] H. J. Salane e J. W. Baldwin Jr., "Identification of modal properties of bridges", *Journal of Structural Engineering*, **116**(7), 2008-2020, (1990).
- [3] G. Hearn e R. B. Testa, "Modal analysis for damage detection in structures", *Journal of Structural Engineering*, 117(10), 3042-3063, (1991).
- [4] R. D. Adams, P. Cawley, C. J. Pye e B. J. Stone, "A vibration technique for nondestructively assessing the integrity of structures", *Journal of Mechanical Engineering Science*, 20(2), 93-100, (1978).
- [5] H. L. Chen, C. C. Spyrakos e G. Venkatesh, "Evaluating structural deterioration by dinamic response", *Journal of Structural Engineering*, **121**(8), 1197-1203, 1995.
- [6] O. S. Salawu, "Detection of structural damage through changes in frequency: a review", *Engineering Structures*, 19(9), 718-723, (1997).
- [7] A. Messina, E. J. Williams e T. Contursi, "Structural damage detection by a sensitivity and statistical-based method", *Journal of Sound and Vibration*, 216(5), 791-808, (1998).
- [8] H. F. Lam, J. M. Ko e C. M. Wong, "Localization of damaged structural connections based on experimental modal and sensitivity analysis", *Journal of Sound and Vibration*, 210(1), 91-115, (1998).
- [9] R. J. Allemang e D. L. Brown, "A correlation coefficient for modal vector analysis", Proc. Ist Int. Modal Analysis Conference, 1, 110-116, (1982).
- [10] N. A. J. Lieven e D. J. Ewins, "Spatial correlation of mode shapes, the coordinate modal assurance criterion (COMAC)", Proc. 6th Int. Modal Analysis Conference, 1, 690-695, (1988).
- [11] A. K. Pandey, M. Biswas e M. M. Samman, "Damage detection from changes in curvature mode shapes", *Journal of Sound and Vibration*, 145(2), 321-332, (1991).
- [12] S. W. Doebling, F. M. Hemez, L. D. Peterson e C. Farhat, "Improved damage location accuracy using strain energy-based mode selection criteria", *Journal of American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA)*, 35(4), 693-699, (1997).
- [13] Z. Y. Shi, S. S. Law e L. M. Zhang, "Structural damage localization from modal strain energy change", *Journal of Sound and Vibration*, 218(5), 825-844, (1998).
- [14] M. Genovese, "Localização e quantificação de danos em estruturas por meio de suas características dinâmicas", Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 120 p, (2000).
- [15] A. Brasiliano, "Caracterização de danos em estruturas aporticadas", Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 109 p, (2001).