

COMPARACIÓN NUMÉRICO-EXPERIMENTAL DE LA DINÁMICA DE IMPACTO ENTRE CUERPOS FLEXIBLES

NUMERICAL-EXPERIMENTAL COMPARISON OF IMPACT DYNAMICS BETWEEN FLEXIBLE BODIES

**Martín Domizio^{a,b}, Ramón Codina^{a,b}, Hernán Garrido^{a,b}, Fernanda De Borbón^{a,b} y
Daniel Ambrosini^{a,b}**

^a*Instituto de Mecánica Estructural y Riesgo Sísmico, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de
Cuyo Centro Universitario - Parque Gral. San Martín - 5500 Mendoza, mndomizio@conicet.gov.ar*

^b*CONICET*

Palabras clave: Impacto, Algoritmo de contacto, Correlación numérico-experimental.

Resumen. La determinación de los efectos dinámicos originados por el impacto entre cuerpos flexibles es importante en la etapa de diseño de diversas estructuras y mecanismos. La respuesta dinámica producida por dichos impactos puede ser compleja y existen varios enfoques que permiten estimar sus efectos. En el presente trabajo se evalúa la capacidad de dos algoritmos numéricos de contacto para reproducir la respuesta dinámica medida experimentalmente en cuerpos flexibles, que impactan entre sí. En particular se analiza el caso de dos vigas con ejes paralelos a las cuales se imponen distintas condiciones de desplazamiento inicial, comparando los resultados obtenidos experimentalmente con la respuesta de un modelo de elementos finitos en los cuales se emplean los algoritmos de contacto analizados. De este modo se establece el nivel de correlación numérico experimental que es posible alcanzar con cada uno de los algoritmos y se determina la sensibilidad de su respuesta frente a la variación de los diversos parámetros que definen su comportamiento.

Keywords: Impact, Contact Algorithm, Numerical-experimental correlation.

Abstract. Determination of the dynamic effects caused by the impact between flexible bodies is important in the design stage of structures and mechanisms. The dynamic response produced by these impacts can be complex and there are several approaches to estimate their effects. In the present work, the capacity of different numerical contact algorithms is evaluated to reproduce the dynamic response measured experimentally in flexible bodies, which impact each other. In particular, the case of two beams with parallel axes that impact each is analyzed. The results obtained experimentally are compared with the response of a finite element model in which the analyzed contact algorithms are used. Thus, the level of experimental numerical correlation that can be achieved with each of the algorithms is established and the sensitivity of its response to the variation of the various parameters that define its behavior is determined.

1 INTRODUCCIÓN

La predicción de la respuesta dinámica de dos estructuras flexibles que impactan entre sí presenta un grado de dificultad relativamente elevado debido a que la interacción entre los cuerpos es fuertemente no lineal. En este escenario la conservación de la cantidad de movimiento y la no penetración de las estructuras imponen restricciones de velocidad y desplazamiento en cada una de ellos, lo que puede conllevar a problemas de convergencia en los modelos numéricos (Armero and Petocz, 1998; Laursen and Chawla, 1997).

Mediante la modelación del problema con el método de elementos finitos existen en la actualidad diversos enfoques para modelar el problema planteado (Bathe, 2006; Cescotto and Charlier, 1993; Simo and Laursen, 1992; Wang and Nelson, 2002). El objetivo del presente trabajo es el de evaluar la capacidad de dos alternativas de modelación de contacto para representar la respuesta medida en ensayos experimentales donde dos vigas de ejes paralelos impactan entre sí, con la consecuente transferencia de energía. Para cuantificar el grado de correlación numérico experimental que es posible alcanzar con las dos metodologías analizadas se establecen tres índices. Se estudia también la influencia sobre la respuesta de los modelos numéricos de la variación del parámetro de rigidez que regula la magnitud de la penetración y de las fuerzas que se ejercen entre los cuerpos. Por último, se comparan las respuestas dadas por las dos alternativas de modelación en términos de tensiones, deformaciones y reacciones de vínculo.

2 DESCRIPCIÓN DEL ENSAYO EXPERIMENTAL

El ensayo propuesto para evaluar posteriormente la respuesta de los modelos numéricos consiste en dos vigas de ejes paralelos, empotradas en un extremo y libres en el otro, que impactan entre sí por la proximidad que existe entre los ejes. Estas vigas poseen frecuencias fundamentales diferentes debido a que poseen distintas secciones y distintas longitudes libres. Las vigas ensayadas fueron materializadas con planchuelas, adoptando para la viga más larga, denominada viga VL, una sección transversal de 38,1 x 3,17 mm y 0,927 m de longitud libre, mientras que para la viga más corta, denominada viga VC, se adoptó una sección transversal de 38,1 x 6,3 mm y 0,645 m de longitud libre. Ambas vigas fueron empotradas en el mismo extremo y se dispusieron con una separación entre ejes de 4,5 mm. Los ensayos se realizaron con flexiones de las vigas alrededor del eje de menor momento de inercia.

Durante los ensayos experimentales se midieron los desplazamientos en ambas vigas mediante dos sensores laser. También se midió el contacto que se produce entre las dos vigas durante los impactos, mediante la medición con placa adquisidora del cambio de tensión en una resistencia eléctrica ocasionado por el contacto entre las dos vigas. Un esquema de la disposición de las vigas y de los instrumentos de medición puede observarse en la Figura 1.

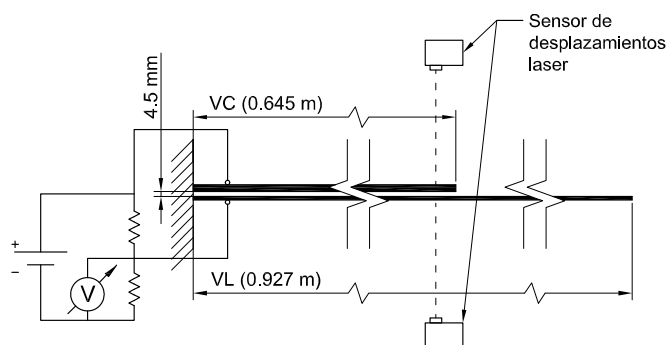


Figura 1: Esquema de disposición de vigas y de instrumentación.

Para determinar las propiedades dinámicas (frecuencias fundamentales y amortiguamiento) de las vigas utilizadas en este estudio experimental se realizaron ensayos de vibraciones libres de cada una de ellas por separado. Los desplazamientos obtenidos a partir de estos ensayos en término de desplazamientos pueden observarse en la Figura 2 en el dominio del tiempo y en la Figura 3 su contenido en el dominio de la frecuencia.

Para la viga VC se obtuvo una frecuencia fundamental de 12,33 Hz y se estimó una relación de amortiguamiento del 1,00%, al ajustar una exponencial decreciente sobre los picos de desplazamiento medidos en el ensayo. En el caso de la viga de VL la frecuencia fundamental medida fue de 3,00 Hz y se estimó una relación de amortiguamiento de 0,20 % del amortiguamiento crítico. En el caso de la viga VL se determinó también la frecuencia del segundo modo (18,81 Hz), al imponer un desplazamiento inicial con doble curvatura.

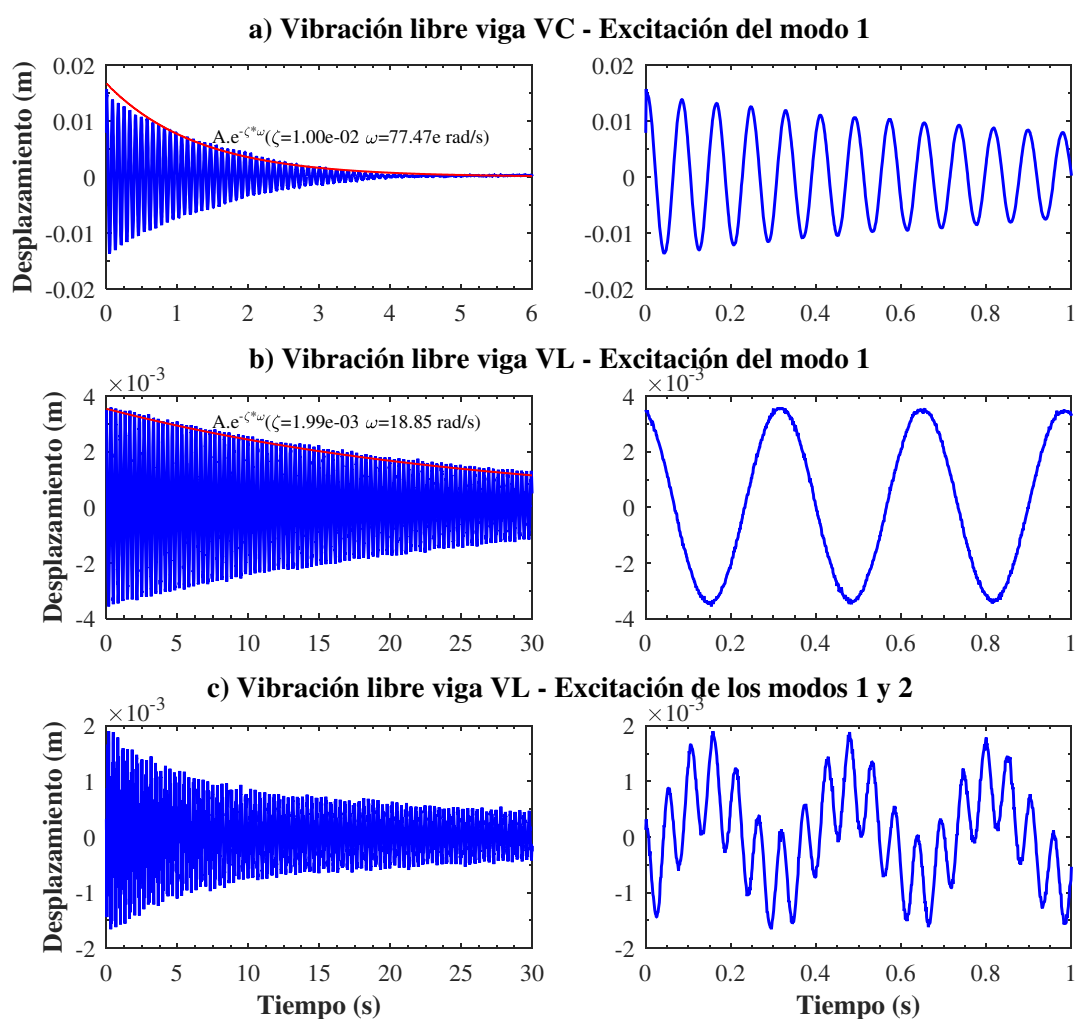


Figura 2: Resultados de ensayos de vibraciones libres en el dominio del tiempo.

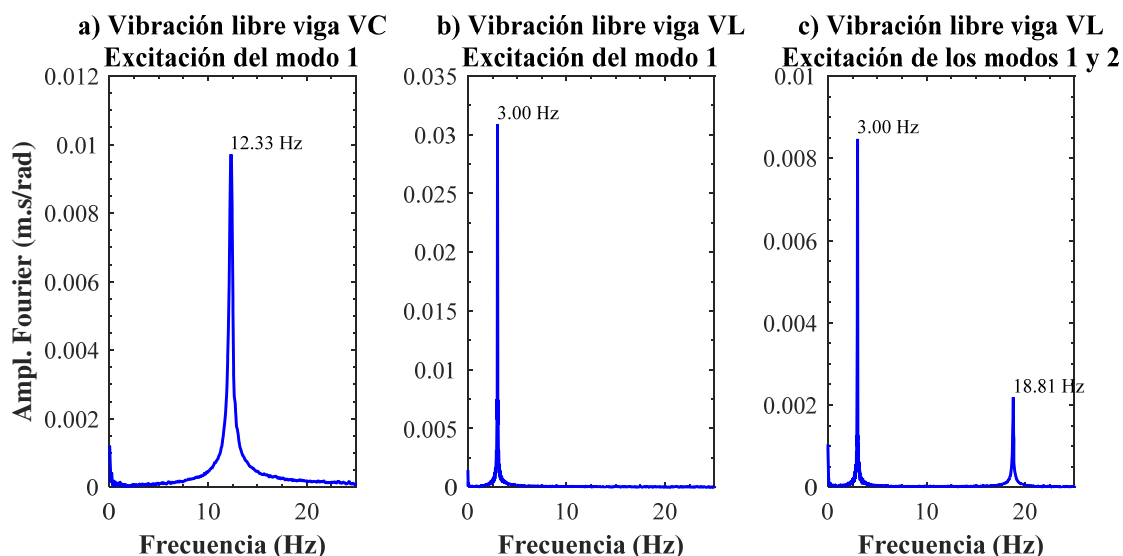


Figura 3: Resultados de ensayos de vibraciones libres en el dominio de la frecuencia.

El ensayo experimental utilizado para calibrar los modelos numéricos de contacto fue realizado imponiendo un desplazamiento inicial en el extremo libre de la viga VL, la cual impactó con la viga VC, intercambiando energía entre sí con oscilaciones en frecuencias diferentes. Los resultados de las mediciones experimentales se muestran en la sección 4, junto con la respuesta obtenida de los modelos numéricos.

3 DESCRIPCIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

El modelo numérico analizado en este trabajo fue desarrollado en [ANSYS \(2010\)](#). Las vigas utilizadas en los ensayos experimentales fueron representadas mediante elementos de viga denominados BEAM188, los cuales poseen dos nodos con seis grados de libertad en cada uno de ellos. La malla de elementos finitos puede observarse en la Figura 4. Esta malla contiene elementos de 5 cm de longitud en las zonas alejadas del área de impacto y elementos de 2,5 cm en la zona de impacto, definida como la zona entre la mitad de la viga VC y su extremo libre. La cantidad de nodos del modelo es de 50.

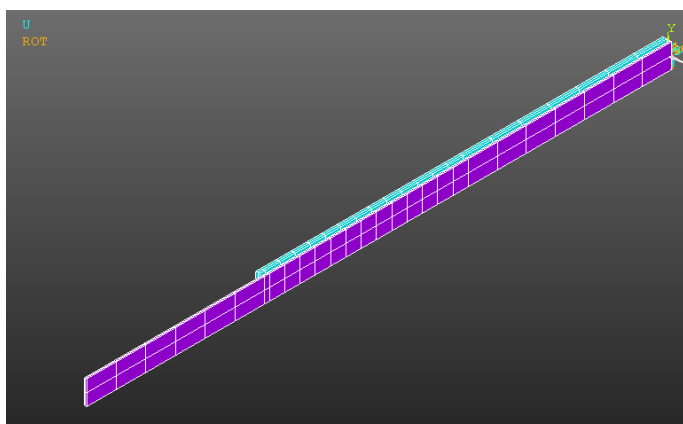


Figura 4: Mallado del modelo de elementos finitos.

El material definido en los elementos de vigas es elástico lineal y el amortiguamiento fue definido como proporcional a la rigidez y a la masa. Para determinar de los coeficientes de

proporcionalidad respecto de la rigidez y de la masa se utilizaron las frecuencias y relaciones de amortiguamiento de los modos fundamentales identificados en los ensayos de vibraciones libres de cada una de las vigas descriptos en el apartado anterior.

Para modelar el impacto producido entre las barras durante el ensayo experimental se utilizaron dos estrategias diferentes. En la primera estrategia se utilizaron elementos del tipo CONTA176 sobre la malla de elementos de la viga larga y elementos TARGE170 sobre la malla de elementos de la viga corta, denominando a este modelo como “modelo TC”. El par de contacto conformado por estos dos tipos de elementos permite simular el contacto “línea-a-línea” que se produce entre las dos vigas representadas por su eje longitudinal, midiendo en cada paso de tiempo del análisis la distancia entre los puntos de integración de los elementos CONTA176 hasta la superficie definida por los elementos TARGE170 y aplicando fuerzas sobre ambos elementos en el caso de que se detecte una penetración. El algoritmo de contacto utilizado en este caso es de penalidad, el cuál impone una fuerza proporcional a la penetración, con una rigidez de penalidad definida por el usuario. Un valor bajo de rigidez de penalidad puede conllevar a una penetración excesiva y a una distorsión del fenómeno físico, mientras que un valor demasiado elevado puede conllevar a problemas de convergencia numérica por mal condicionamiento de las matrices. Es por esto que se evaluaron tres valores de rigideces de penalidad distintas (0,01, 1,00 y 100), definidas como un factor adimensional que modifica a la rigidez calculada por el programa en función de las rigideces de los elementos que componen el par de contacto. Dado que en el ensayo simulado el contacto es dinámico se utilizó un algoritmo de control de paso de tiempo con restricción por impactos (*impact constraints*), que tiene en cuenta la velocidad relativa entre los cuerpos que impactan para asegurar la conservación de la energía y de la cantidad de movimiento después de cada impacto. El esquema de integración temporal del problema planteado con esta estrategia de contacto es del tipo implícito, utilizando las matrices completas de masa, amortiguamiento y rigidez.

En la segunda estrategia de modelación del contacto se utilizaron condiciones de huelgo (*gap conditions*), en las cuales se establece una relación nodo-a-nodo entre los dos cuerpos que participan en los impactos, denominando al modelo como “modelo GC”. Para simular el contacto entre las partes se mide la separación de los nodos y se aplica una fuerza proporcional a la penetración y a una constante de rigidez definida por el usuario. Para este modelo también se evaluaron tres valores de rigidez ($1 \cdot 10^4$ N/m, $1 \cdot 10^6$ N/m y $1 \cdot 10^8$ N/m), definidas en este caso en valor absoluto. El uso de estas condiciones de huelgo permiten resolver el problema dinámico mediante superposición modal con un esquema de integración implícito. Esto es posible debido a que la no linealidad de las fuerzas originadas por el contacto y la penetración son tenidas en cuenta como una carga externa en un término explícito. En el caso analizado se tuvieron en cuenta en la superposición modal los diez primeros modos del modelo, con frecuencias entre 3 Hz y 384 Hz.

4 COMPARACIÓN NUMÉRICO-EXPERIMENTAL

Para establecer el grado de correlación numérico experimental que es posible obtener con las dos estrategias de modelación descriptas en el apartado anterior se tuvieron en cuenta tres índices diferentes. En primer lugar se obtuvo el error cuadrático medio normalizado (*normalized mean-square deviation* o NMSE) del desplazamiento de cada viga en el dominio del tiempo, el cual está definido de acuerdo a la siguiente expresión

$$NMSE = 1 - \frac{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (x_{num}(t_i) - x_{exp}(t_i))^2}{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (x_{exp}(t_i) - \overline{x_{exp}})^2} \tag{1}$$

donde $x_{num}(t_i)$ es el valor de la respuesta del modelo numérico en el tiempo t_i , $x_{exp}(t_i)$ es el valor de la respuesta del modelo experimental en el tiempo t_i , y N es el número de muestras de los dos registros. El segundo término de este índice es igual al error cuadrático medio dividido por la varianza del registro experimental, por lo que el índice tome un valor entre menos infinito y 1, indicando el valor 1 que los dos registros son exactamente iguales. Este índice también se empleó para comparar la respuesta de los modelos en el dominio de la frecuencia, siendo el tercer índice de correlación el cociente entre los valores máximos de desplazamiento del modelo numérico y del modelo experimental.

Los índices de correlación numérico-experimental obtenidos por los dos modelos al representar los desplazamientos de las dos vigas se presentan en la Figura 5. A partir de la figura puede observarse que en todos los casos los modelos numéricos tuvieron un mejor desempeño al reproducir los desplazamientos de la viga VL, en comparación con los desplazamientos de la viga VC, debido a que la respuesta de esta última es más compleja y tiene un alto contenido de varias frecuencias.

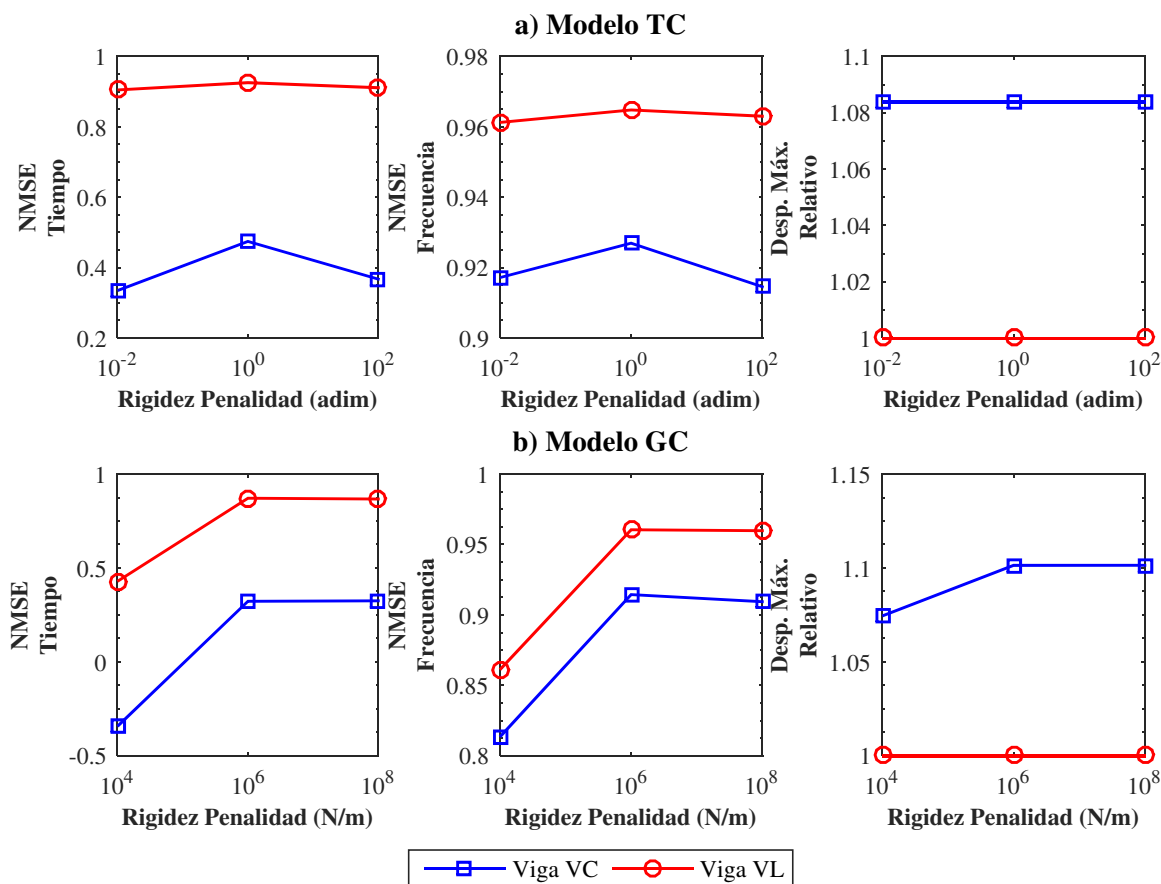


Figura 5: Índices de correlación numérico-experimental de los desplazamientos de las vigas VC y VL.

También puede observarse en la Figura 5 que la correlación numérico experimental es mayor en el dominio de la frecuencia, alcanzando un valor de NMSE de 0,96 para la viga VL y de 0,93 para la viga VC. Esto se debe a que el índice NMSE es sensible a los desfases

producidos en el dominio del tiempo, que no tienen influencia al momento de analizar la amplitud de la transformada de Fourier en el dominio de la frecuencia. En el caso de los desplazamientos máximos de la viga VC, los dos modelos tienen una sobreestimación cercana al 10%, mientras que para la viga VL es exacta ya que coincide con el instante inicial, que es la condición inicial de desplazamiento impuesta a esta viga. En lo que respecta a la comparación entre los valores de rigidez de penalidad adoptados en ambos modelos, puede observarse en la figura que la mayor correlación se obtuvo con los valores propuestos intermedios, siendo menor la diferencia entre las dos rigideces mayores de cada modelo en el caso del modelo con condiciones de huelgo (modelo GC). Al comparar en general las respuestas obtenidas con los dos modelos numéricos, se puede observar que el nivel de correlación numérico experimental es similar para ambos, notando una diferencia en el caso donde se adoptaron rigideces bajas de penalidad, siendo mayor la correlación alcanzada por el modelo con elementos *target* y *contact* (modelo TC).

Las observaciones realizadas al analizar los índices de correlación pueden confirmarse en las Figuras 6 y 7, donde se comparan los desplazamientos medidos experimentalmente con las respuestas obtenidas con los dos modelos en el dominio del tiempo y de la frecuencia relativamente.

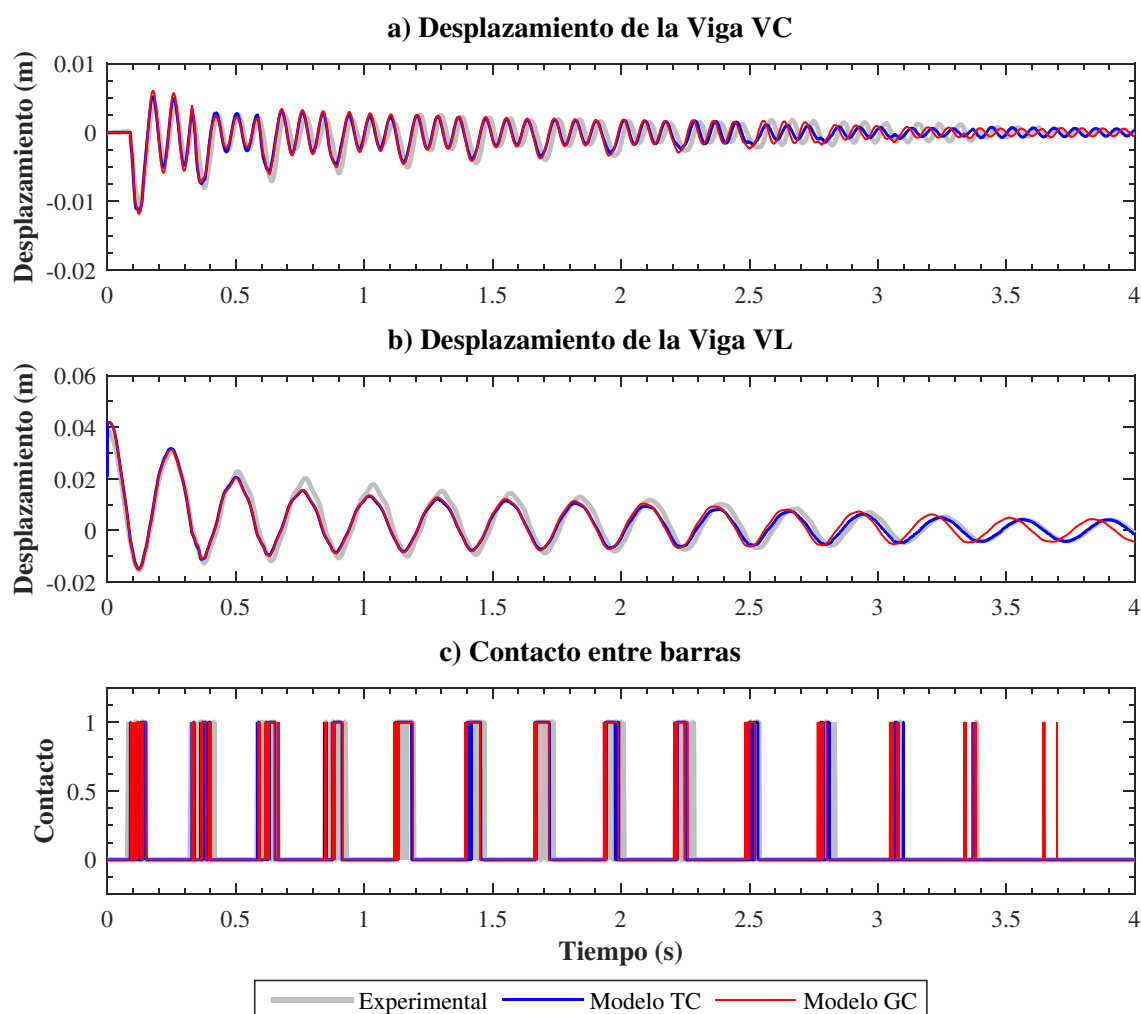


Figura 6: Comparación numérico-experimental en el dominio del tiempo.

En la Figura 6.c se muestra la historia de contacto entre las dos vigas, adoptando un valor

nulo cuando no están en contacto y un valor unitario cuando se establece un contacto en al menos un punto. A partir de figura se puede observar que los eventos donde se produce el contacto entre las vigas están agrupados en conjuntos que se distribuyen de manera regular en el tiempo, y poseen una duración decreciente a medida que transcurre el tiempo, ocurriendo el último contacto entre las vigas a los 3.38 s. Ambos modelos numéricos son capaces de reproducir correctamente cada conjunto de impactos en el comienzo del registro, pero se acumula un desfase con relación a la medición experimental a medida que se incrementa el tiempo. El modelo GC indica incluso la ocurrencia de un impacto posterior al tiempo en el que los contactos cesaron en el modelo experimental. Por otro lado, en la Figura 7.a se puede observar como la respuesta de la viga VC tiene tres frecuencias dominantes. La primera de estas frecuencias es un 25% más grande que la frecuencia fundamental de la viga VL, la tercer frecuencia es un 8% menor que la frecuencia fundamental de la viga VC, y la segunda frecuencia es igual a la diferencia entre las dos primeras. Estas tres frecuencias son reproducidas correctamente por los dos modelos numéricos.

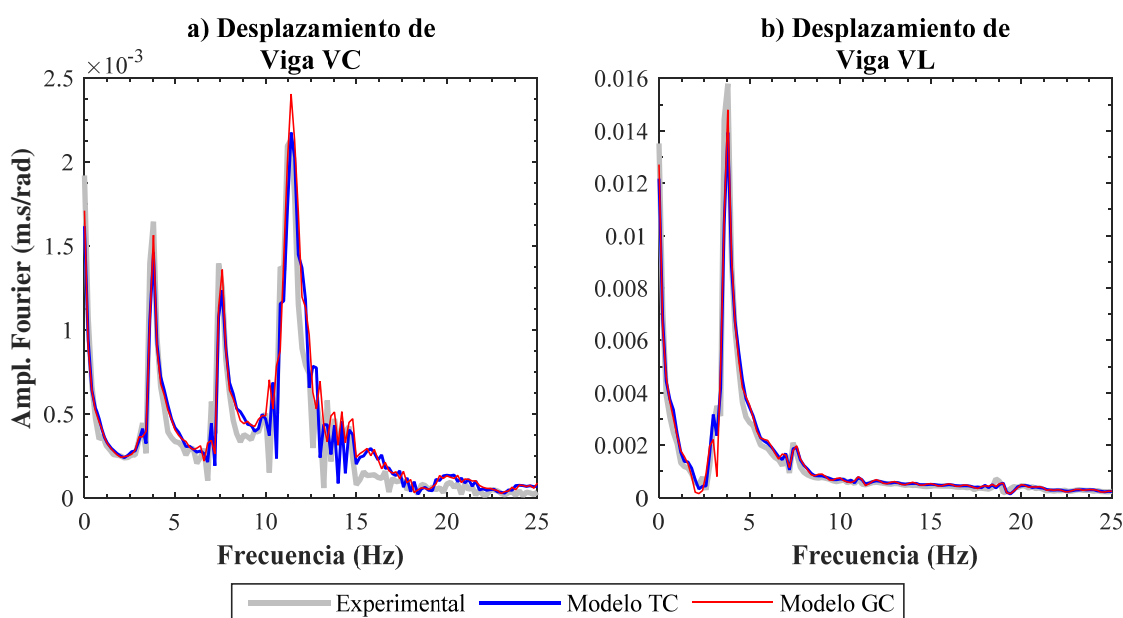


Figura 7: Comparación numérico-experimental en el dominio de la frecuencia.

Por último se presentan en la Figura 8 los resultados obtenidos a partir de los modelos numéricos que no fueron medidos en los ensayos experimentales. En esta figura se muestra la historia de las máximas tensiones de Von Mises registradas en ambas vigas, observando que ambos modelos numéricos dan valores máximos similares, alrededor de 70 MPa para la viga VC y 10 MPa para la viga VL. También se presentan en la figura las energías de deformación totales de cada viga, observando nuevamente una gran similitud en las respuestas de ambos modelos numéricos. Finalmente, se observa en término de reacciones, que los dos modelos tienen diferencias significativas, siendo el valor máximo dado por el modelo TC de 121 N y el del modelo GC de 58 N.

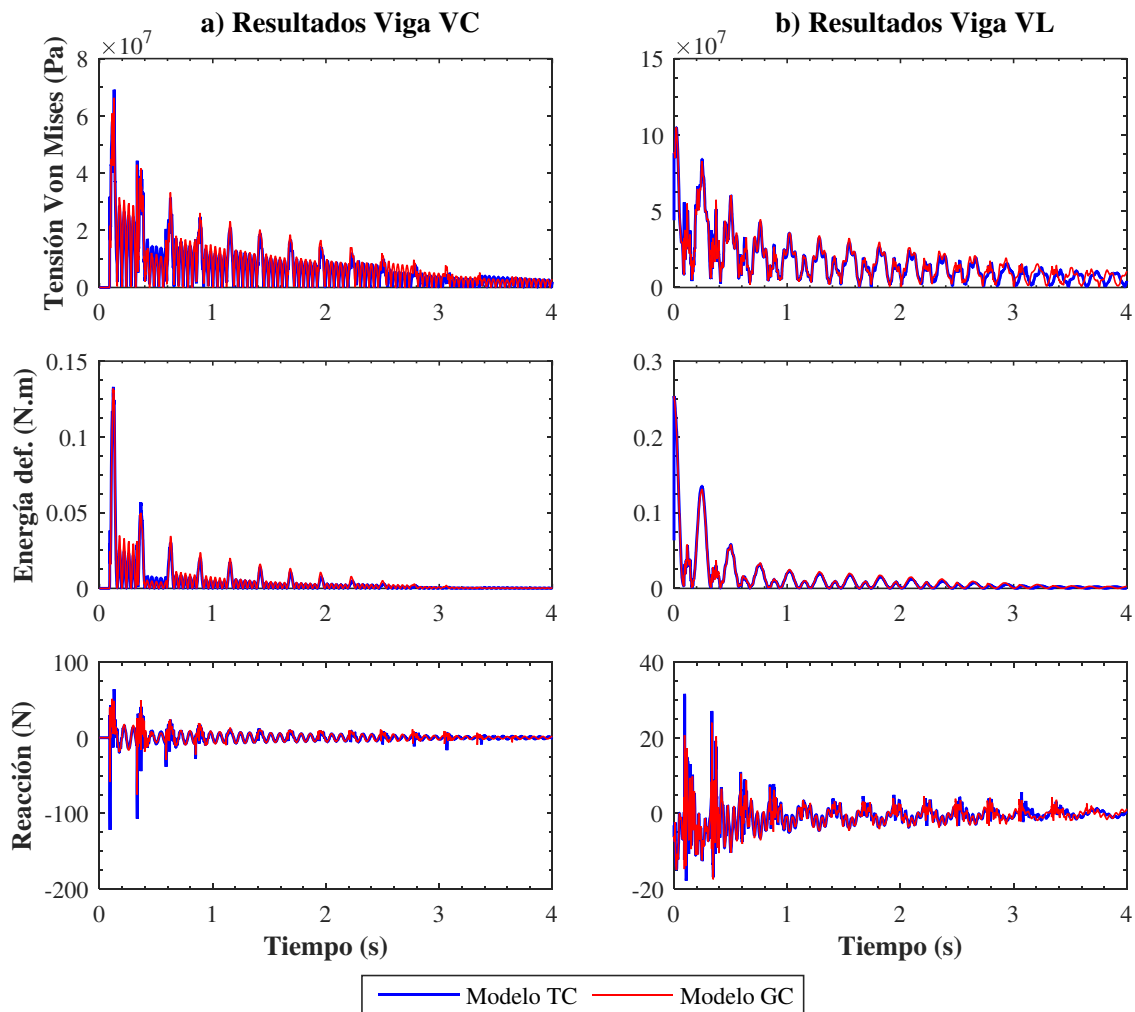


Figura 8: Resultados obtenidos a partir de la modelación numérica.

5 CONCLUSIONES

En el presente trabajo se evaluó la capacidad de dos estrategias de modelación con elementos finitos para reproducir la respuesta medida experimentalmente de dos vigas que impactan entre sí. La primera de las estrategias consiste en la utilización de un par de elementos de contacto específicos denominados *target* y *contact* (modelo TC), y tratan de manera implícita la no linealidad ocasionada por los impactos. La segunda estrategia de modelación consiste en el uso de condiciones de huelgo o *gap condition* (modelo GP), que permiten resolver el problema no lineal mediante superposición modal, suponiendo a la no linealidad del impacto como una carga externa considerada de manera explícita en la integración en el tiempo.

El ensayo realizado consiste en dos vigas de ejes paralelos con distinta frecuencia fundamental que interactúan entre sí después de dar condiciones iniciales a la más flexible de ellas. A partir de la comparación de los desplazamientos registrados experimentalmente de ambas barras con la respuesta experimental obtenida de los dos modelos numéricos analizados se pudo concluir que el grado de correlación numérico-experimental que es posible alcanzar es alto. El error cuadrático medio normalizado que surge de comparar los

desplazamientos numéricos y experimentales en el dominio de las frecuencias fue superior a 0,9 en todos los casos. La comparación de este índice en el dominio del tiempo dio como resultado una correlación menor, producto del desfase que se produce entre los dos tipos de respuesta, superando el valor de 0,85 para la viga más flexible y un valor máximo de 0,5 para la viga más rígida modelada con los elementos *contact* y *target*. En término de valores máximo de desplazamiento se pudo observar que los modelos numéricos sobreestimaron la respuesta experimental en un 10%. También se pudo observar que existe un valor óptimo de rigidez de penalidad, que permite maximizar la correlación numérico-experimental. En cuanto a tensiones máximas de Von Mises y energía de deformación, los dos modelos dieron como resultados valores similares, mientras que en término de reacciones en los soportes, el modelo con condiciones de huelgo dio como resultado reacciones máxima un 50% menores en comparación con la modelación alternativa de elementos *target* y *contact*.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece el apoyo económico de CONICET y SECTyP (Universidad Nacional de Cuyo).

REFERENCIAS

- ANSYS, I., Theory reference, . Canonsburg: ANSYS, Inc, 2010.
- Armero, F., and Petocz, E., Formulation and analysis of conserving algorithms for frictionless dynamic contact/impact problems. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 158:269–300, 1998.
- Bathe, K.-J., Finite element procedures, . Klaus-Jurgen Bathe, 2006.
- Cescotto, S., and Charlier, R., Frictional contact finite elements based on mixed variational principles. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 36:1681–1701, 1993.
- Laursen, T.A., and Chawla, V., Design of energy conserving algorithms for frictionless dynamic contact problems. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 40:863–886, 1997.
- Simo, J.C., and Laursen, T.A., An augmented lagrangian treatment of contact problems involving friction. *Comput. Struct.*, 42:97–116, 1992.
- Wang, E., and Nelson, T., Structural dynamic capabilities of ANSYS, *in: ANSYS 2002 Conference, Pittsburg, Pennsylvania, USA*, 2002.