

REPRESENTAÇÃO DO DANO EM MATERIAIS QASIFRAGEIS NUM MODELO DE PERIDINAMICA:IMPLEMENTAÇÃO DA PSEUDOALEATORIEDADE NO MODELO

REPRESENTATION OF THE DAMAGE IN QUASIFRAGEIS MATERIALS IN A PERIDINAMIC MODEL: IMPLEMENTATION OF THE RANDOMNESS IN THE MODEL

Lucas Soares^b, William Almeida^{ab}, Angelica Colpo^a, Leandro Friedrich^a e Ignacio Iturrioz.^a

^a*Grupo de Mecanica Aplicada, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil
ignacio@mecanica.ufrgs.br, <http://www.ufrgs.br/promec>*

^b*Universidade Federal de Rio Grande, Rio Grande, Brasil. walmeida@furg.br, www.furg.br*

Palavras-chave: Peridinâmica, Pseudoaleatoriedade, Fratura.

Resumo: Foi realizado neste trabalho a simulação da fratura de materiais quase frágeis, utilizando uma versão modificada do programa de peridinâmica de código aberto, Peridigm. Esta modificação visa a implementação da aleatoriedade nas propriedades do material dentro do programa. Foram simulados dois exemplos, uma placa de material quase frágil submetida a uma carga impulsiva trativa, e um disco de acrílico submetido a uma carga de impacto. Os resultados foram apresentados em termos de forças de deslocamentos globais, balanços de energia, mapa de dano, e configurações finais. Os resultados de ambas simulações foram comparados com outras referências e encontrados coerentes.

Keywords: Peridynamics, Pseudo-randomness, Fracture.

Abstract. It was introduced in this paper the fracture simulation of quasi-fragile materials utilizing the modified version of the open source peridynamics software Peridigm. This modification aims to implement the randomness in the material properties within the software. It was evaluated two distinct scenarios, a concrete plate under tractive prescribed displacement and an acrylic disc under impact load. The results were presented in terms of global displacement forces, energy balance, damage map and final configuration. The results of both cases were compared with other sources and found coherent.

1 INTRODUÇÃO

A mecânica da fratura é a área de mecânica dos sólidos dedicada ao estudo dos mecanismos, que governam a nucleação e propagação de trincas em estruturas. O maior desafio para a representação da fratura de materiais é a representação macroscópica de fenômenos que são regidos predominantemente por características mesoscópicas, intrínsecas do material ou do processo de fabricação que o mesmo tenha sido submetido.

A falha de componentes por fratura é amplamente estudada para obtenção de parâmetros que possam descrever o comportamento médio de falha de um determinado material, pois independentemente do nível de controle aplicado na fabricação dos corpos de prova e da realização de testes é virtualmente impossível a obtenção de duas configurações idênticas de ruptura durante a falha de um componente. A motivação desse trabalho se centra na modelagem estrutural de sistemas nos quais o processo de dano está dominado pela aparição de fissuras e finalmente uma configuração de trincas macroscópicas. Nestes casos, a natureza aleatória do material tem que ser considerada para que se possa representar corretamente o problema estudado.

Para a simulação destes tipos de materiais, pode-se utilizar o método dos elementos finitos. A maior limitação deste método se encontra na dificuldade em representar a transição entre um meio contínuo, hipótese onde o método se fundamenta, e o descontínuo, que se produz quando o material rompe ou fissura. Isto pode ser realizado através de diversas técnicas, como o método das interfaces coesivas, proposta por Xu e Needleman(1994), onde é feita a inserção de elementos coesivos na interface dos elementos, se as forças de tração aplicadas nestas interfaces ultrapassarem a resistência do material os elementos se separam permitindo assim modelar a fratura e fragmentação. A principal limitação deste método se deve à restrição da adição de elementos coesivos somente às interfaces entre os elementos, isto gera a introdução de uma flexibilidade adicional no modelo. Também é possível utilizar o método de elemento finitos estendido (XFEM), proposto por Belytschko et al.(2003), onde problemas que envolvem pontos de singularidade do meio são modelados através da adição de um conjunto de funções base às funções de interpolação.

A mecânica dos meios descontínuos sugere uma alternativa para a simulação deste tipo de problema. Neste caso, o material é representado como um arranjo de nós, onde se concentram as massas, que são vinculadas através de leis de interação não lineares. A aparição de descontinuidades quando a estrutura é excitada pode implicar na degradação destas interações, criando a descontinuidade no material de forma natural. Deste modo, fenômenos como a clasterização de fissuras, fenômeno de localização que transforma fissuras isoladas em macrofissuras, podem ser capturados sem violar as hipóteses básicas da metodologia empregada.

Diversas versões do método dos elementos discretos podem ser citadas, dentre elas as versões de Chiaia et. Al (1997), Rinaldi (2007) e Riera (1984), onde as interações intermodais são representadas como barras de treliças ou vigas, dependendo dos graus de liberdade que são considerados em cada nó. Nestes casos arranjos de barras fixos, que podem ser conformes ou não, são empregados

Outra particularização do método de elementos discretos é a Peridinâmica, proposta por Silling (2000), onde um meio é representado por pontos discretos de massa que tem interação definida através de um campo de influência, determinado por uma região esférica de raio δ , denominado horizonte. Os pontos dentro desta esfera, centrada em um nó de referência, são denominados de vizinhança, ou família deste nó de referência. Neste método, o dano é computado através de um alongamento crítico entre dois pontos vizinhos, onde passado este alongamento, a força de interação entre estes dois pontos cessa, sendo redistribuída entre os

pontos remanescentes, os tornando mais suscetíveis a falha.

2 METODOLOGIA

2.1 Teoria Peridinâmica

Basicamente a teoria Peridinâmica é uma reformulação das equações de movimento da mecânica dos sólidos. A teoria utiliza equações integrais espaciais, que podem ser aplicadas a corpos com descontinuidades.

A proposta da teoria peridinâmica consiste em dividir o contínuo em pontos materiais, associando a estes coordenadas em um plano cartesiano e uma fração do volume do corpo. De acordo com a teoria peridinâmica, o movimento de um corpo é analisado considerando a interação de um ponto $x_{(k)}$ com outros pontos $x_{(j)}$ com $J = 1, 2, 3, \dots, \infty$, portanto, pode haver uma grande quantidade de interações entre o ponto $x_{(k)}$ e outros pontos localizados no corpo. Contudo, se assume que a influência dos pontos materiais que interagem com o ponto $x_{(k)}$ desaparece além de uma região local chamada $Hx_{(k)}$, conforme pode ser visto na figura 1a. O raio que delimita esta região é chamado de horizonte (δ).

Silling *et al* (2007) apresenta o modelo tradicional da teoria, chamado *bond-based* a qual consiste em usar um vetor, função de força f para representar a interação entre dois pontos materiais. A equação do movimento é dada por:

$$\rho(x)\ddot{u}(x, t) = \int_{Hx} f(u(x', t) - u(x, t), x' - x) dV_{x'} + b(x, t) \quad (1)$$

Onde $Hx_{(k)}$ é a família do ponto x , em análise, u é o vetor de deslocamentos, b é a força de corpo prescrita ρ é a densidade e f é o vetor de força que representa a força de ligação entre o ponto x e o ponto x' .

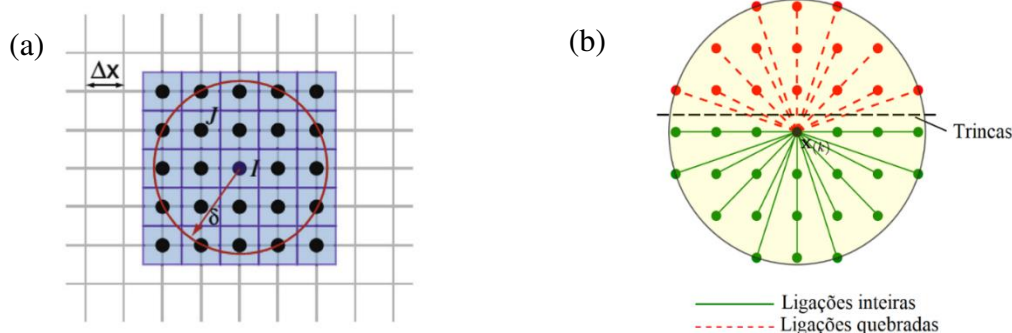


Figura 1: (a) Modelo de contínuo discretizado em pontos e sua família H_x , (b) Exemplo de dano na teoria peridinâmica. (Madenci e Oterkus, 2014).

2.2 Critério de Dano utilizado

Na teoria peridinâmica o dano começa a ocorrer quando o alongamento $s_{(k)(j)}$ entre dois pontos k e j excede o valor crítico dado por s_c , chamado de alongamento crítico. O dano é refletido nas equações de movimento através da remoção irreversível do vetor f , de densidade de força, que ocorre entre os pontos k e j . Como consequência o carregamento é redistribuído entre as ligações restantes, gerando um crescimento de dano autônomo e progressivo, como pode ser visto na figura 1b. (Silling e Askari, 2005)

$$s_{(k)(j)} = \frac{|y_{(j)} - y_{(k)}| - |x_{(j)} - x_{(k)}|}{|x_{(j)} - x_{(k)}|} = \frac{|\xi_{(k)(j)} + \eta_{(k)(j)}| - |\xi_{(k)(j)}|}{|\xi_{(k)(j)}|} \quad (2.1)$$

$$s_0 = \sqrt{\frac{5G_f}{9k\delta}} \quad (2.2)$$

Onde $\xi = x - x'$ representa a posição relativa de dois pontos na configuração e referência, e $\eta = u(x, t) - u(x', t)$ representa o deslocamento relativo dos pontos. Existem diferentes referências na literatura para o valor máximo de s_0 , no presente trabalho foi adotada a proposta por Bobaru *et al* (2017), apresentada na equação 2.2.

2.3 Introdução da pseudo-aleatoriedade na teoria peridinâmica.

Para aproximar o comportamento da simulação ao comportamento de uma material heterogêneo, o alongamento crítico s_0 , considerado como constante na teoria peridinâmica, foi substituído por uma variável aleatória com uma média e desvio determinados como dados de entrada utilizando numa versão preliminar como distribuição estatística uma distribuição normal. Esta substituição foi feita de modo que o comportamento médio represente o material desejado.

Para este trabalho a pseudoaleatoriedade foi implementada considerando o valor da deformação crítica de cada ligação como uma variável aleatória com uma distribuição de probabilidades que foi considerada preliminarmente normal com média e desvio determinado como variáveis de entrada.

2.2 Breve descrição do Programa Peridigm

As análises deste trabalho foram executadas utilizando-se o código Peridigm, programa de código aberto desenvolvido por Sandia National Laboratories Parks et al (2012) para simulações massivamente-paralelas de multifísica, utilizada primariamente na simulação de falha em sólidos. Programado em C++ com compatibilidade integral ao gerador de malha Cubit e ao pós-processador Paraview. Aproveitando-se da escalabilidade do código fonte do Peridigm e dos recursos cedidos pela Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, o programa modificado foi compilado no Centro Nacional de Supercomputação (CESUP/UFRGS) em um dos nós de processamento do Cluster SGI Altix (Gauss). Este cluster opera com o Novell SUSE Linux Enterprise e possui 64 nós de processamento. Cada nó disponibiliza dois processadores dodeca-core AMD Opteron 6176 SE de 2.3 GHz em conjunto com 64 Gb de memória RAM e 500 Gb de armazenamento Meira (2017).

3 RESULTADOS E DISCUSSOES

3.1 Aplicação 1: Espécimen de concreto submetido a tração uniaxial

O primeiro caso simulado foi a aplicação de um deslocamento prescrito de tração em um corpo de prova de concreto, medindo 0,5 x 0,5 x 0,004 m, até sua falha. Para simular o estado plano de deformações foram impostos deslocamentos nulos na direção perpendicular da placa. As condições de contorno impostas foram a restrição de deslocamento na região A, indicada na Fig. 2.a. Foram aplicados deslocamentos prescritos com velocidade constante de 8 mm/s no

eixo x nos nós em destaque na região B, da Fig.2a. A placa simulada foi considerada de concreto com módulo de elasticidade de 32 GPa; coeficiente de Poisson de 0,25; densidade de 2400 Kg/m³; horizonte de 11 mm; deformação crítica com média de 4×10^{-4} e desvio padrão de $1,5 \times 10^{-4}$.

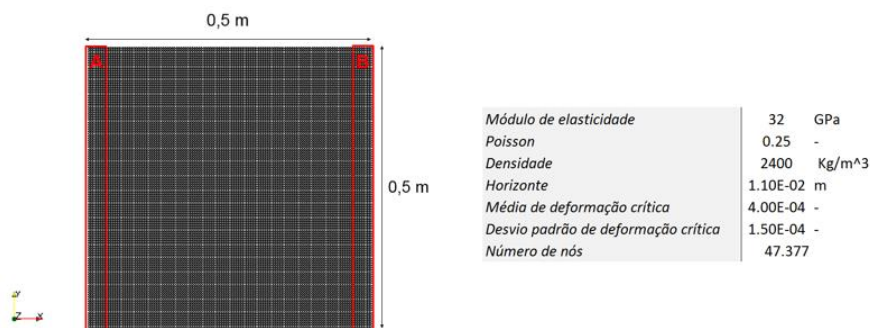


Figura 2: a) Geometria do espécimen analisado, b) parâmetros utilizados

Resultados: Os resultados obtidos são comparados com os obtidos com um software de elementos discretos formado por barras. A versão do método dos elementos discretos formado por barras (LDEM) utilizado para fazer a comparação foi proposta originalmente por Riera (1984), diversas aplicações tem sido realizadas com esta versão do método. No mesmo também é implementada a natureza aleatória do material considerando a deformação crítica das barras como uma variável aleatória. Detalhes sobre a formulação do método e características da implementação da Pseudoaleatoriedade no mesmo se podem encontrar em Kosterki (2012)

Na Fig. 3 são apresentados resultados em termos de tensão *versus* deformação global. É possível observar um comportamento muito semelhante entre as duas simulações antes da falha, que ocorre em valores distintos de deformação devido à natureza pseudoaleatória. No gráfico se evidencia uma maior flexibilidade no modelo realizado com LDEM, esta diferença deve ser melhor estudada.

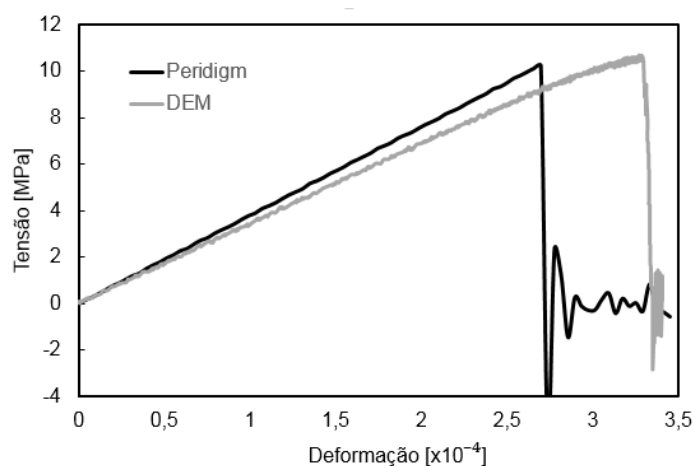


Figura 3: Comparativo dos gráficos de tensão vs deformação obtidos no Peridigm e no LDEM

Na Fig. 4 é apresentada a comparação das configurações finais obtidas com o programa Peridigm e com o LDEM. As duas configurações de ruptura mostram o mesmo padrão de fissuração.

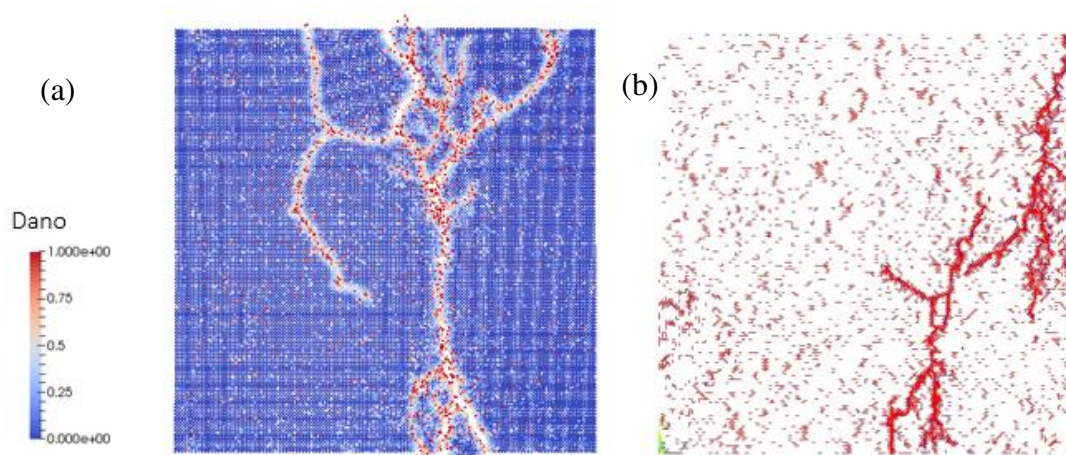


Figura 4: Comparativo do padrão de trincas previsto pelo a) Peridigm, b) DEM

Como último resultado desta aplicação na Fig. 5 são apresentados resultados em termos do balanço energético computado sobre toda a simulação. Nos instantes iniciais, praticamente todo o trabalho aplicado é convertido em energia elástica até chegar a seu valor máximo onde a ruptura abrupta da placa acontece. No período da propagação instável a energia elástica diminui de forma abrupta a energia dissipada no dano aumenta, também percebe-se no gráfico um incremento na energia cinética, característica que indica que o processo de ruptura foi abrupto. Durante todo o evento o trabalho externo aplicado será equilibrado pela composição entre as energias dissipadas elástica e cinética que são computadas na simulação.

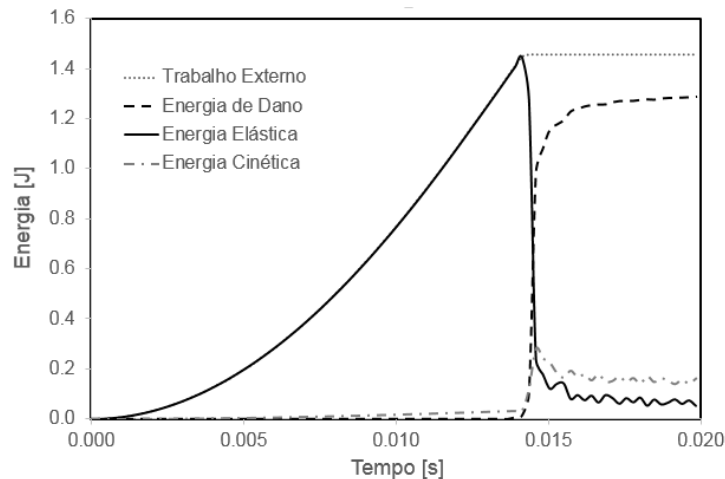


Figura 5: Desenvolvimento de energias ao longo do tempo obtidas com o Peridigm.

3.2 Aplicação 2: Impacto de um míssil subbalístico sob um disco de PMMA

O segundo caso simulado foi o impacto de um projétil de ponta esférica de aço em um disco de polímero fixado em suas extremidades. Os resultados desta simulação foram comparados aos resultados obtidos em testes e aos resultados obtidos através do LDEM, ambos apresentados em (Kosteski, et al 2015).

O disco simulado possui diâmetro externo de 76 mm e 3 mm de espessura, sendo feito de PMMA com módulo de elasticidade de 3,3 GPa; coeficiente de Poisson de 0,35 e densidade de 1190 Kg/m³. O projétil utilizado é constituído de aço, com módulo de elasticidade de 200 GPa;

coeficiente de Poisson de 0,3; densidade de 7800 Kg/m³.

O disco foi modelado com diâmetro total de 80 mm, onde todos os pontos a menos de 2 mm da extremidade externa tiveram seu deslocamento restrito nos três eixos para simular a fixação externa do disco, resultando em um diâmetro de 76 mm livre no centro. O projétil teve uma velocidade inicial v_0 definida em 1,065 m/s no eixo z; possui uma ponta esferoidal de com diâmetro de 12,7 mm e tem massa de 18,49 Kg. O problema encontra-se esquematizado na Fig. 6. Foram simulados três coeficientes de variação diferentes, 10%, 25% e 50%. O desvio padrão da deformação crítica utilizado foi de 1,328e-3; 3,320e-3 e 6,640e-3; respectivamente. A média da deformação crítica foi mantida constante em todas as variantes, com o valor de 1.328e-2. O horizonte utilizado foi de 3,1 mm para todos os casos simulados.

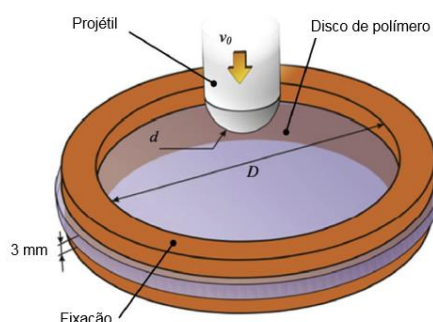


Figura 6: Esquema com a geometria do disco e projétil

Resultados: Os resultados obtidos na simulação do impacto de um projétil metálico em um disco de polímero utilizando o código alterado do Peridigm foram comparados com resultados numéricos e experimentais publicados em Koteski et al (2015). Nesta publicação foram apresentados o comparativo da variação da velocidade do projétil em função do tempo e a força de reação do projétil em função do tempo. Os mesmos resultados dados foram computados na simulação do Peridigm e estão apresentados juntos com os resultados publicados por Koteski nas Figs. 7a e b.

Na Fig. 3.6.a, é possível observar que o comportamento da desaceleração do projétil é previsto de forma semelhante na simulação realizada no LDEM e pelo Peridigm. Ambos resultados são similares aos resultados obtidos no testes, indicados em cinza claro.

Cabe salientar que nas simulações realizadas com o Peridigm foram considerados diversos níveis de aleatoriedade nos modelos simulados. O nível de aleatoriedade é medido com o coeficiente de variabilidade definido como $CV(so) [\%] = (\text{media}(so) / \text{desvio}(so)) \times 100$.

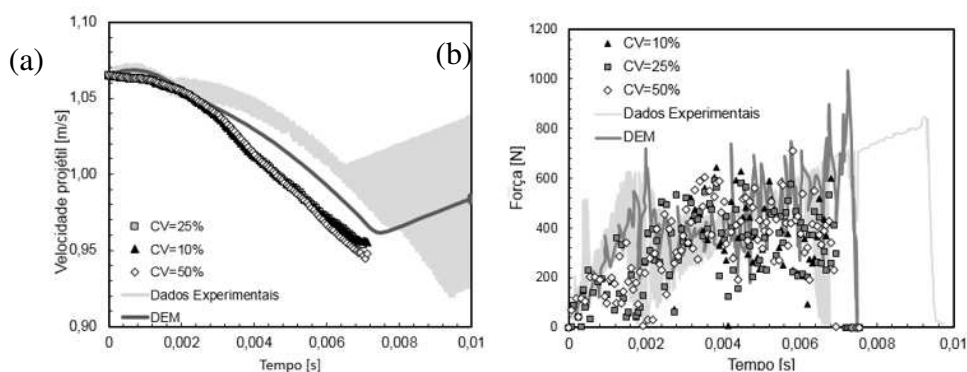


Figura 7: a) Velocidade do projétil vs tempo, b) Força de Reação vs tempo. (nos dois casos os pontos apresentados sobre a gráfica são resultados da Simulação realizada com o Peridigm.

Na Fig. 7b está apresentado o gráfico de força no projétil em função do tempo de simulação obtido experimentalmente, com LDEM e Peridigm. Para os dados do Peridigm, estão apresentados também simulações realizadas com diversos coeficientes de variação. Os resultados apresentam grande dispersão devido à propagação de ondas dentro do projétil durante o impacto. Porém, é possível observar um padrão ascendente nos instantes iniciais, seguido do aumento da dispersão conforme o material começa a falhar.

A configuração obtida com o a Peridinâmica para $CV=50\%$ é apresentada em dois tempos sucessivos e também superpondo o míssil. O mapa de cores apresentados indicam o índice do dano no instante medido. Na Fig. 8 são apresentadas três simulações obtidas com o a versão do LDEM utilizada para realizar a comparação, e três configurações experimentais. Comparando as configuração citadas foi possível observar o mesmo padrão de ruptura nos três casos aparecendo nos três casos trincas radiais e circunferenciais.

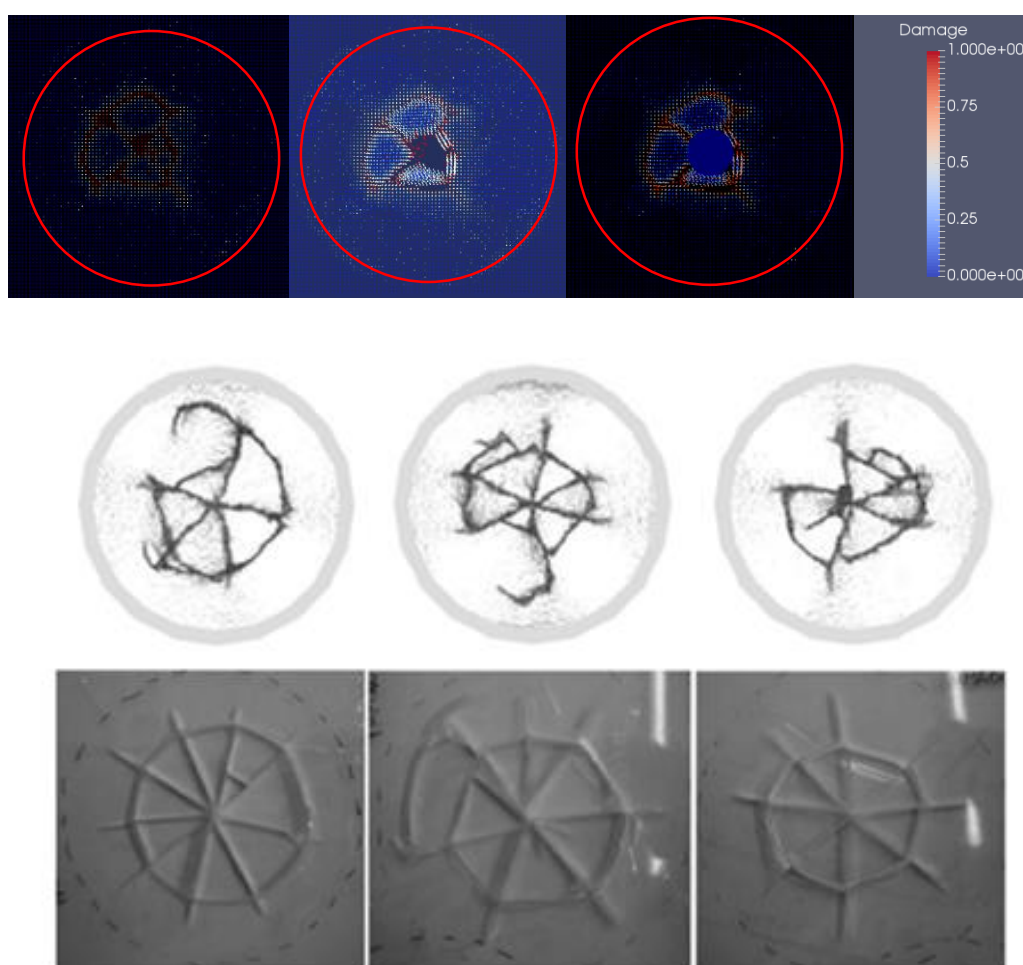


Figura 8: resultados em termos de configurações finais. (a) Resultados com o Peridigm considerando $CV(so)=50\%$, (b) resultados obtidos com o LDEM, (c) resultados de três configurações finais dos testes.

4 RESULTADOS E DISCUSOES

Neste trabalho foi verificada a validade da implementação da pseudoaleatoriedade de propriedades de materiais na teoria da peridinâmica, uma particularização do método de elementos discretos que permite modelar com naturalidade discontinuidades no meio, como a presença de trincas. Esta modificação tem como objetivo introduzir a natureza aleatória

observada na propagação de trincas no ambiente de simulação do Peridigm, programa de código aberto para simulação utilizando a Peridinâmica.

A validação do novo código implementado no código fonte do Peridigm foi realizada a partir da reprodução de duas situações onde os resultados eram previamente conhecidos. A tração numa placa de concreto e o impacto num disco de acrílico. Em ambos casos o sistema foi excitado de forma que levasse o sistema a falha.

A partir destas verificações se pôde chegar às seguintes conclusões:

- 1) A implementação da pseudoaleatoriedade conseguiu introduzir a natureza aleatória que governa a propagação de trincas na teoria da peridinâmica, ao passo que manteve as características de fratura do material.
- 2) A simulação da placa de concreto sob tração utilizando o código alterado do Peridigm obteve resultados muito similares aos resultados previstos utilizando o DEM, demonstrando que as características do material e seu comportamento até a falha se mantiveram consistentes após a implementação da pseudoaleatoriedade.
- 3) O balanço de energias obtidos na simulação da placa de concreto se mostrou condizente ao problema simulado
- 4) A simulação do impacto do projétil em uma placa de polímero utilizando o código alterado do Peridigm obteve também resultados coerentes tanto em termos de resultados globais como força reativa vs tempo, e velocidade do míssil vs tempo, como em termos das configurações finais obtidas.
- 5) É necessário realizar ajustes na forma de introduzir a aleatoriedade: (i) Verificar a possibilidade de utilizar outras distribuições de probabilidades na geração de propriedades, A distribuição de Weibull seria mais adequada neste caso. (ii) Verificar como ajustar a correlação espacial na variabilidade do material introduzido. A geração de números aleatórios implica em mudar as propriedades de cada bond (elemento que relaciona a ligação entre dois nós). Isto implica que a variabilidade em uma região correspondente a uma família de um ponto seria resultante da média da variabilidade de todos os bonds que correspondem a esta família e será muito mais baixa que a variabilidade introduzida no bond. Também deve ser conhecida a variabilidade que ocorre na região correspondente a uma família e a variabilidade introduzida no bond.

AGRADECIMENTOS: Os autores agradecem o apoio da Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, da Universidade Federal de Rio Grande –FURG, Capes, CNPq e ao centro de supercomputação da UFRGS - CESUP, que fazem possível a continuação das pesquisas e a melhora continua profissional.

REFERÊNCIAS

- Belytschko T, Chen H, Xu J, Zi G. Dynamic crack propagation based on loss of hyperbolicity with a new discontinuous enrichment. *Int J Numer Methods Eng* 2003;52:1873-905
- Bobaru, F. Foster, J. T. Geubelle, P. H., Silling S. A., *Handbook of Peridynamic Modelling*. Chapman and Hall/CRC , Florida. 2017.
- Chiaia B. et al. Lattice model evaluation of progressive failure in disordered particle composites, *Engineering Fracture Mechanics*, v. 57, n°. 2/3, p. 301-318, 1997.

- Madenci, E. e Oterkus, E., *Peridynamic Theory and its Applications*. Springer, New York. 2014
- Riera, D. Local Effects In Impact Problems In Concrete Structures. In: proceedings, Conf. on Structural Analysis & Design of Nuclear Power Plants, UFRGS, 1984. Porto Alegre, 1984. Não paginado.
- Kosteski, L. Aplicação do método dos elementos discretos formado por barras no estudo do colapso de estruturas. 2012. 6-59 f. Tese (Doutorado em engenharia) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.
- Kosteski, L. E.; D'Ambra, R. B.; Iturrioz, I. Crack propagation in elastic solids using the truss-like discrete element method, *International Journal of Fracture*, vol. 174(2), p. 139–161, 2012
- Koteski L E., Riera JD, Iturrioz I, Singh RK, Kant T. Analysis of reinforced concrete plates subjected to impact employing the truss-like discrete element method. *Fatigue Fract Eng Mater Struct* 2014
- Parks M.L., D.J. Littlewood, J.A. Mitchell, and S.A. Silling, *Peridigm Users' Guide*, Tech. Report SAND2012-7800, Sandia National Laboratories, 2012
- Riera, J.D., Local Effects In Impact Problems In Concrete Structures. Em: proceedings, Conf. on Structural Analysis and Design of Nuclear Power Plants, UFRGS, 1984. Porto Alegre, Rs, Brasil. p. 0-0. 1984.
- Rinaldi A. E Lai Y.C. Statistical damage theory of 2D lattices: Energetics and physical foundations of damage parameter, *International Journal of Plasticity*, v. 23, p.1769-1825, 2007.
- Silling, S. A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 48, p. 175-209. 2000.
- Silling, S. A., Epton, M., Weckner, O., Xu, J. e Askari, E., Peridynamic states and constitutive modeling. In: *Journal of elasticity* 88, n. 2, p. 151–184. 2007.
- Silling, S.A. e Askari, E., A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics. *Comput. Struct.* V. 83 (17), p.1526-1535. 2005.