

## METODOLOGÍAS PARA TRAYECTORIAS NO LINEALES GEOMÉTRICAS EN CÁSCARAS BAJO EFECTOS TÉRMICOS

### METHODOLOGIES FOR GEOMETRIC NON-LINEAR PATHS IN SHELLS UNDER THERMAL EFFECTS

Rossana C. Jaca<sup>a</sup>, Susana N. Espinosa<sup>a</sup> y Luis A. Godoy<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Grupo de Métodos Numéricos y Experimentales, Universidad Nacional del Comahue,  
Buenos Aires 1400, 8300 Neuquén, Argentina, [rossana.jaca@fain.uncoma.edu.ar](mailto:rossana.jaca@fain.uncoma.edu.ar),  
[snespinosa@gmail.com](mailto:snespinosa@gmail.com)

<sup>b</sup>IDIT, CONICET y FCEfyN, Universidad Nacional de Córdoba, 5000 Córdoba, Argentina,  
[luis.godoy@unc.edu.ar](mailto:luis.godoy@unc.edu.ar)

**Palabras clave:** Cáscaras, Elementos Finitos, No linealidad Geométrica, Acción Térmica.

**Resumen.** Las trayectorias de equilibrio en problemas estáticos con no linealidades geométricas severas pueden presentar inestabilidades locales o globales. Una estrategia de análisis consiste en evaluar cargas críticas y modos de pandeo mediante Análisis de Bifurcación Lineal (LBA) complementado con un Análisis No Lineal Geométrico con Imperfecciones (GNIA) implementado por métodos de longitud de arco (Riks). Esta metodología es muy utilizada para estudiar inestabilidad del equilibrio bajo cargas de viento. Trabajos recientes han estudiado el pandeo de tanques de almacenamiento de petróleo y derivados por acción de un campo térmico con metodologías numéricas que utilizan un amortiguamiento artificial para tratar inestabilidades locales (ADM). En este trabajo se comparan ambos métodos para evaluar inestabilidad del equilibrio de tanques de almacenamiento de fluidos por acción de un campo térmico. Se simula el comportamiento de dos tanques metálicos con techo cónico donde uno de ellos está en situación de incendio, con llama vertical o inclinada por viento, sin presencia de fluido interior. Se encuentra que ADM permite avanzar por encima del primer estado crítico, mientras que el método de Riks permanece a niveles inferiores al crítico. Se comparan deformadas obtenidas con los registradas durante incendios publicadas en la literatura afín.

**Keywords:** Shells, Finite Element, Geometric Non-Linearity, Temperature.

**Abstract.** Equilibrium paths in static problems exhibiting strong geometric nonlinearities usually lead to local or global instabilities. Usual strategies include a linear bifurcation analysis (LBA) to evaluate buckling loads and modes, and a geometrically nonlinear analysis with imperfections (GNIA) following arc-length methods (Riks). This approach has been widely employed in wind buckling problems. Recent investigations consider thermal buckling of oil storage tanks using a methodology that employs an artificial damping technique to deal with local instabilities (ADM). Both techniques are compared in this paper to evaluate instabilities in tanks under temperature effects. The scenario considered includes two metal tanks with conical roof, in which one of them is under fire (either vertical or inclined due to wind), and the other one is empty. It is found that ADM allows to advance above the first critical state, while Riks method remains at levels lower than the critical one. The deflected shapes computed are compared with some information available of real fires.

## 1 INTRODUCCIÓN

Los problemas de pandeo de cáscaras y el seguimiento de las trayectorias de equilibrio que se generan son bastante complejos y presentan una serie de interrogantes cuya respuesta puede cambiar los resultados de una manera drástica. En un diagrama de un parámetro de control (como carga o temperatura) versus un parámetro de respuesta (como una componente de desplazamiento) típicamente se obtiene una trayectoria de equilibrio que es inicialmente estable hasta que se alcanza un estado crítico, en el cual el sistema pierde su estabilidad en alguna dirección determinada. Puede ocurrir que no existan estados estables en la vecindad del estado crítico, de manera que si se incrementa levemente el parámetro de control, el sistema debe sufrir un salto dinámico hacia algún estado lejano. La trayectoria inestable posterior al estado crítico es importante en muchos casos, de modo que los estados que emergen del crítico se verifican para niveles de parámetro de control inferiores al crítico.

Riks (1972, 1979) propuso una estrategia de avance sobre trayectorias de este tipo que fue sumamente exitosa, y en la actualidad esta técnica ha sido implementada en programas de elementos finitos para propósitos generales, como ABAQUS. Riks supone que la carga cambia de manera proporcional y uniforme sobre toda la estructura; esto dificulta el seguimiento de procesos de inestabilidad local, en los que ocurren redistribuciones de tensiones y la carga se distribuye de manera no uniforme, con lo que se generan redistribuciones locales de energía entre sectores del dominio estudiado.

Investigando la inestabilidad de tanques bajo efectos térmicos, Calabro et al. (2014) usaron análisis no lineal geométrico para detectar el primer estado crítico, pero encontraron que la trayectoria se bloqueaba sin lograr avanzar a estados con niveles superiores de temperatura. Este problema se encontró también en análisis con imperfecciones. Al parecer, esta dificultad está en el algoritmo y no en el fenómeno físico. Liu (2011) encontró este problema como parte de su tesis doctoral, de modo que usando la técnica de Riks el algoritmo no permitía avanzar más allá del estado crítico. Recientemente, Pantousa et al. (2018) reportaron la misma dificultad.

En la década de los 80, Kanarachos y Spentzas (1988) propusieron una técnica para la solución de problemas dinámicos no lineales introduciendo una estrategia de amortiguamiento artificial (ADM), que fue incorporada también en códigos como ABAQUS y MARC. ABAQUS alerta a los usuarios que cuando se produce una inestabilidad local se generan redistribuciones y transferencias de energía interna, y para ello recomienda el uso de ADM; esa técnica ha sido empleada por Liu et al. (2012) y Pantousa et al. (2018).

Este trabajo explora el seguimiento de trayectorias poscríticas inestables usando los métodos de Riks y ADM, a fin de examinar posibilidades de seguimiento de trayectorias cuando se supera el estado inestable inicial.

## 2 NO LINEALIDAD GEOMÉTRICA

Los problemas estáticos con inestabilidades geométricas o de material requieren usar metodologías numéricas para hacer un seguimiento de la trayectoria de equilibrio aun cuando el comportamiento exhiba inestabilidades del tipo snap-through, bifurcación o colapso de alguna parte de la estructura. Todos estos métodos resuelven la condición de equilibrio entre las fuerzas externas ( $\mathbf{P}$ ) y las fuerzas internas ( $\mathbf{I}$ ) de modo que la fuerza neta en cada nodo debe ser nula. En una modelación por elementos finitos las fuerzas internas se obtienen en función de la matriz de rigidez tangente ( $\mathbf{K}_t$ ) y del vector desplazamiento. La carga exterior se divide en incrementos determinados en función de valores establecidos por el usuario, asegurando la convergencia en cada incremento con las iteraciones necesarias. La trayectoria

no lineal de la curva carga-desplazamiento puede presentar zonas con pendiente negativa, es decir rigidez negativa, y el sólido debe liberar energía para alcanzar el equilibrio.

Los métodos de longitud de arco, como el método de Riks (1972, 1979), consideran como variables tanto los grados de libertad de la estructura como las cargas aplicadas, considerando que el estado de carga aplicado sea proporcional a un factor de carga  $\lambda$ . De esta manera se tienen  $n+1$  variables (los  $n$  grados de libertad más el factor de carga). El método Riks modificado, implementado en ABAQUS Standard (2006), es un algoritmo que permite una solución eficaz de sistemas no-lineales complejos donde tanto la carga como los desplazamientos pueden disminuir en algún tramo a lo largo del desarrollo de la respuesta del sistema. El algoritmo sigue los principios del método de Newton y se caracteriza por el uso de una medida de longitud de arco que sirve como parámetro de control. El incremento en la trayectoria es delimitado por el recorrido hecho a lo largo de la recta tangente a un punto de partida conocido y por la búsqueda de un estado de equilibrio en dirección ortogonal a la tangente mencionada, que pasa por el punto de interés. La Figura 1 muestra un esquema del proceso de obtención de la trayectoria, dicho proceso tiene una etapa predictiva al determinar  $A^1$  y una etapa correctiva en la que obtiene  $A^2$ , en dirección ortogonal a la última tangente, y no tangente al comienzo del incremento.

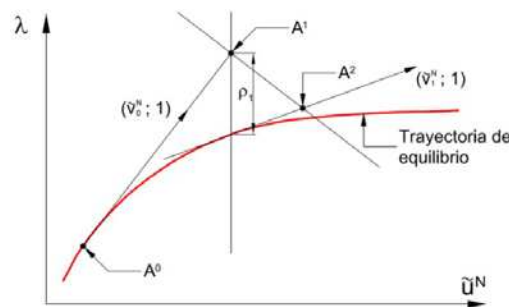


Figura 1: Esquema del método de Riks modificado.

Los métodos basados en longitud de arco, usados en la determinación de la curva de equilibrio carga-desplazamiento, son capaces de capturar inestabilidades globales, pero pueden fallar en la evaluación de inestabilidades locales ya que la energía de deformación que se produce en una inestabilidad local puede desestabilizar un método iterativo de seguimiento de trayectoria. Si la inestabilidad es localizada, se produce una transferencia local de energía de deformación desde dicha ubicación en la estructura a las zonas vecinas. Esta modificación en la energía de deformación puede representarse mediante el aporte de un amortiguamiento artificial. Una posible estrategia para representar este comportamiento es utilizar el algoritmo de Newton-Raphson con la adición de un factor de viscosidad ficticio volumétrico. ABAQUS Standard provee un mecanismo automático para estabilizar problemas inestables denominado *Automatic Stabilization* en el que se incorporan fuerzas viscosas  $F_v$ , definidas de la forma:

$$F_v = c M^* \dot{\mathbf{v}} \quad (1)$$

resultando las ecuaciones de equilibrio global:

$$\mathbf{P} - \mathbf{I} - F_v = 0 \quad (2)$$

donde  $M^*$  es una matriz de masa artificial calculada con una densidad unitaria,  $c$  es el factor de amortiguamiento,  $\dot{\mathbf{v}}$  es el vector de velocidad de desplazamiento nodal ( $\dot{\mathbf{v}} = \Delta \mathbf{u} / \Delta t$ ) calculado en función de la variación de desplazamiento nodal en la variación de tiempo en cada incremento de carga (no tiene un significado físico). Mientras el modelo es estable las fuerzas viscosas son despreciables pero ante un aumento importante de los desplazamientos en una región, aumentan las fuerzas viscosas que intentan estabilizar el

modelo debido al aumento de la velocidad de desplazamiento nodal.

El factor de amortiguamiento se calcula en base a los resultados obtenidos en el primer incremento de carga, de manera que la energía disipada durante dicho incremento sea una pequeña fracción de la energía de deformación (el valor por defecto es  $2 \times 10^{-4}$ ). El usuario puede definir estos valores de manera de incrementar el factor de amortiguamiento si la convergencia es problemática o reducirla si hay una distorsión de la solución. Encontrar el valor óptimo del factor de amortiguamiento es un proceso manual que requiere prueba y error hasta que se obtiene la convergencia de la solución con una energía de estabilización lo suficientemente pequeña. En el post-proceso de resultados se realiza una comparación de la energía disipada por amortiguamiento viscoso, denominada ALLSD en ABAQUS, con la energía de deformación total (ALLIE) para asegurar que esta relación no supere la fracción de energía disipada o un valor razonable. Otro parámetro de control es comparar las fuerzas viscosas (VF) con las fuerzas totales (TF) presentes en el análisis para asegurar que las fuerzas viscosas sean relativamente pequeñas con respecto a las fuerzas totales en el modelo. En el desarrollo de este trabajo se comprobó que la energía de amortiguamiento artificial basada en este esquema de iteraciones en los incrementos de carga en el tiempo es muy sensible a la magnitud del factor de amortiguamiento que se define inicialmente con los parámetros del análisis.

### 3 CASOS DE ESTUDIO

En este trabajo se plantea la comparación de ambas metodologías en el análisis de tanques de almacenamiento estudiados previamente con la metodología de Riks (Jaca et al. 2016, 2017). Se consideran dos tanques de iguales dimensiones separados a una distancia de un diámetro, en uno de los tanques se origina la llama (tanque fuente) y se analiza el comportamiento estructural en el tanque sobre el que incide la radiación (tanque objetivo). El tanque estudiado tiene un diámetro (D) de 11.44m, la altura de la cáscara cilíndrica (H) es de 11.44m y tiene un techo cónico de altura  $h = 1.0\text{m}$ , resultando una altura total del tanque de 12.84m. El espesor de la cáscara cilíndrica (t) es de 0.0064m (1/4"), diseñado en base a la norma API 650 (2010), y el techo se supone con el mismo espesor. Para tener en cuenta la mayor rigidez que aportan al techo las vigas radiales y circunferenciales, se considera un techo equivalente de espesor tres veces el espesor del cilindro (Burgos et al., 2015; Jaca et al. 2016, 2017). El material constitutivo del tanque es acero A36 con un módulo de elasticidad  $E = 201\text{MPa}$  a  $20^\circ\text{C}$  y un coeficiente de Poisson  $\nu = 0.3$ . Como condición de apoyo en la base restringe los desplazamientos. Tanto en el análisis térmico como en el estructural se incluyen propiedades del material variables con la temperatura como la conductividad, el calor específico y el del módulo E, como se detalla en los trabajos previos.

La evaluación del perfil de temperatura actuando sobre el tanque objetivo fue realizada por los autores en trabajos previos (Espinosa y Jaca, 2016), donde se describen todos los parámetros considerados en el modelo de elementos finitos implementado en ABAQUS para representar la transferencia de calor entre el tanque fuente y el tanque objetivo. En dicho trabajo se simulaban diferentes situaciones de incendio con la llama actuando desde la base del tanque o desde la parte superior, considerando el tanque con diferentes niveles de fluido en el interior (vacío, fluido hasta la mitad de la altura del cilindro o hasta el tope del tanque). También se tuvo en cuenta la posibilidad de la acción conjunta de viento que inclina la llama hacia el tanque objetivo. En la Figura 2 se muestran las distribuciones de temperatura sobre el tanque objetivo obtenidas con llama con temperatura de  $933^\circ\text{C}$  en la parte inferior, identificada como llama clara, y  $662^\circ\text{C}$  en la parte superior, denominada llama oscura por la presencia de hollín. En ambos casos no se considera fluido en el interior del tanque, en la

Figura 2(a) la llama es vertical por ausencia de viento mientras que la Figura 2(b) la llama se inclina por viento con una velocidad de 45km/h (con alta frecuencia de ocurrencia en la Patagonia Argentina). Se supone que la llama actúa desde el nivel del suelo, a efectos de considerar la situación térmica más desfavorable. El campo de temperaturas obtenido corresponde al estado estacionario evaluado con el modelo implementado de transferencia de calor.

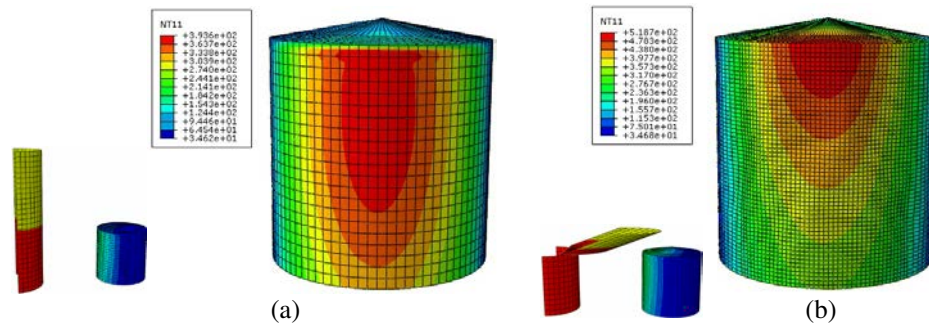


Figura 2: Distribución de temperaturas sobre tanque objetivo, en la condición de vacío: (a) llama vertical,  $T_{\max}=394^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{\min}=35^{\circ}\text{C}$ , (b) llama inclinada por viento de 45km/h,  $T_{\max}=519^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{\min}=35^{\circ}\text{C}$ .

Al considerar la llama inclinada por el viento también se tiene en cuenta simultáneamente la acción de viento actuando como una carga de presión sobre el tanque objetivo. La distribución de presiones de viento adoptada sobre el tanque es la correspondiente a las expresiones dadas por CIRSOC 102 (2005) generándose una distribución de presiones en el cilindro y en el techo para una velocidad de viento de 45km/h, como se desarrolló en Jaca et al. (2017).

#### 4 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO

El estudio del comportamiento estructural se realiza en forma secuencial en función del campo de temperatura obtenido mediante un análisis no acoplado de transferencia de calor. El tanque objetivo se ha modelado con elementos de cáscara cuadráticos de seis y ocho nodos (STRI6R y S8R5), definidos a través de los mismos nodos de la discretización usada en el procedimiento de transferencia de calor.

Una primera aproximación a la temperatura que produce inestabilidad del equilibrio se realiza a través de LBA que permite identificar la temperatura crítica y la forma de modo crítico asociado. La temperatura crítica de pandeo hallada en base a un análisis de autovalores y autovectores se obtiene de la condición:

$$(\mathbf{K}_0 + \lambda^C \mathbf{K}_G) \Phi^C = 0 \quad (3)$$

donde  $\mathbf{K}_0$  es la matriz de rigidez lineal del sistema,  $\mathbf{K}_G$  la matriz de carga-geometría, que incluye la parte no lineal de las relaciones cinemáticas,  $\lambda^C$  es la carga crítica (el autovalor) y  $\Phi^C$  es la forma de modo dada por el autovector. El parámetro multiplicador de la carga térmica de referencia es  $\lambda^C$ . La temperatura crítica  $T^C$  se calcula en función de la temperatura máxima hallada para la distribución de temperaturas y del parámetro crítico ( $\lambda^C$ ):

$$T^C = \lambda^C T_{\max} \quad (4)$$

La Figura 3 muestra el primer modo crítico para el tanque sometido a carga térmica proveniente de llama vertical ( $T^C=182^{\circ}\text{C}$ ) y para llama inclinada por viento ( $T^C=293^{\circ}\text{C}$ ). Como se puede observar, las formas de modo son similares y se desarrollan principalmente en el cuerpo del tanque en la zona que enfrenta la llama. La existencia de fluido en el interior del tanque reduce las temperaturas superficiales en el tanque objetivo en contacto con el líquido, por esta razón las temperaturas críticas son menores si no hay

presencia de fluido en el interior. Se considera el tanque en condición de vacío porque es la situación más desfavorable desde el punto de vista de la inestabilidad del equilibrio.

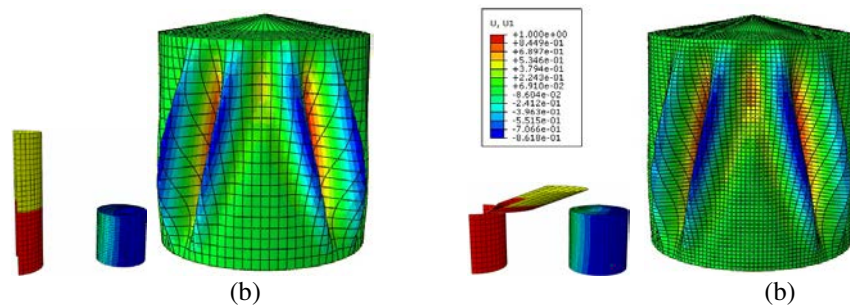


Figura 3: Primer modo crítico para el tanque en estudio vacío bajo carga térmica, (a) llama vertical ( $\lambda^C=0.464$ ,  $T^C=182^\circ\text{C}$ ), (b) llama inclinada por viento ( $\lambda^C=0.565$ ,  $T^C=293^\circ\text{C}$ ).

#### 4.1 Análisis de pandeo con la adición de factor de amortiguamiento artificial

Dado que ambas situaciones de incendio y carga térmica sobre el tanque objetivo fueron ya estudiadas en los trabajos anteriores con la metodología de Riks, se aborda su estudio usando el método de amortiguamiento artificial (ADM) para comparar con los resultados anteriores. Otros autores que aplicaron esta metodología (Liu, 2012; Pantousa et al., 2018) mencionan como ventaja que este método permite describir el comportamiento poscrítico del tanque con temperaturas crecientes hasta las asociadas al estado estacionario, como ocurre en un incendio. Con el método de Riks, una vez que se supera la temperatura correspondiente al estado crítico, las temperaturas en la respuesta poscrítica disminuyen y no es posible capturar los sucesivos eventos de pandeo en el tanque como podría ser una inestabilidad en el techo seguida de otra en la cáscara cilíndrica.

En primera instancia se estudia con esta metodología el tanque en situación de incendio simultáneamente con acción de viento, la distribución de temperaturas en la superficie alcanza un máximo  $T_{\max} = 517^\circ\text{C}$ . Se estimaron diferentes valores de factor de amortiguamiento artificial incluyendo la opción de estabilización automática mediante el parámetro *Stabilize* cuyo valor corresponde a una fracción de energía disipada, esta opción es conveniente si se espera que haya inestabilidades localizadas. Los resultados que se muestran corresponden a un valor de  $5 \times 10^{-5}$  para el parámetro *Stabilize*, además se activó la opción de amortiguamiento automático adaptativo mediante el parámetro *Allsdtol* fijado en 0.01. Esta opción permite ajustar el factor de amortiguamiento a través del paso en base a la historia de convergencia de los incrementos. El parámetro *Allsdtol* establece la máxima relación entre la energía de estabilización (ALLSD) y la energía de deformación total (ALLIE). El factor de amortiguamiento inicial (c), que se calcula en función del parámetro *Stabilize* en el primer incremento, resultó de  $0.166 \text{ s}^{-1}$ . La Figura 4 muestra la evolución de las componentes de energía durante el proceso de deformación hasta que la temperatura alcanza el estado estacionario. Las Figuras 4(a)-(b) permiten observar el desarrollo de las energías identificadas como ALLIE y ALLSD y su relación. Al inicio del aumento de temperaturas el sistema es estable y no requiere la adición de amortiguamiento artificial. Por esta razón el amortiguamiento artificial es casi nulo hasta una temperatura de aproximadamente  $327^\circ\text{C}$  (identificado como estado A). Para ese valor se producen saltos en la evaluación de las energías asociado a un rápido incremento de la deformación estructural y una gran cantidad de energía disipada hasta que se estabiliza el sistema (estado B). A continuación, hay aporte muy reducido de amortiguamiento adicional hasta la siguiente inestabilidad donde nuevamente se repite este comportamiento, lo cual puede verse en el detalle de la energía de estabilización que se muestra en la Figura 4(c). Una vez superada la inestabilidad, la relación

entre ambas energías decae y se mantiene en valores menores a 0.08, para no afectar la respuesta estructural. Estos valores son similares a los hallados en trabajos de otros autores (Liu, 2012; Pantousa et al., 2018). También se verificó que las fuerzas viscosas ( $VF=1\times 10^{-3}N$ ) resultan sumamente inferiores a las fuerzas totales ( $TF=5.94\times 10^5N$ ).

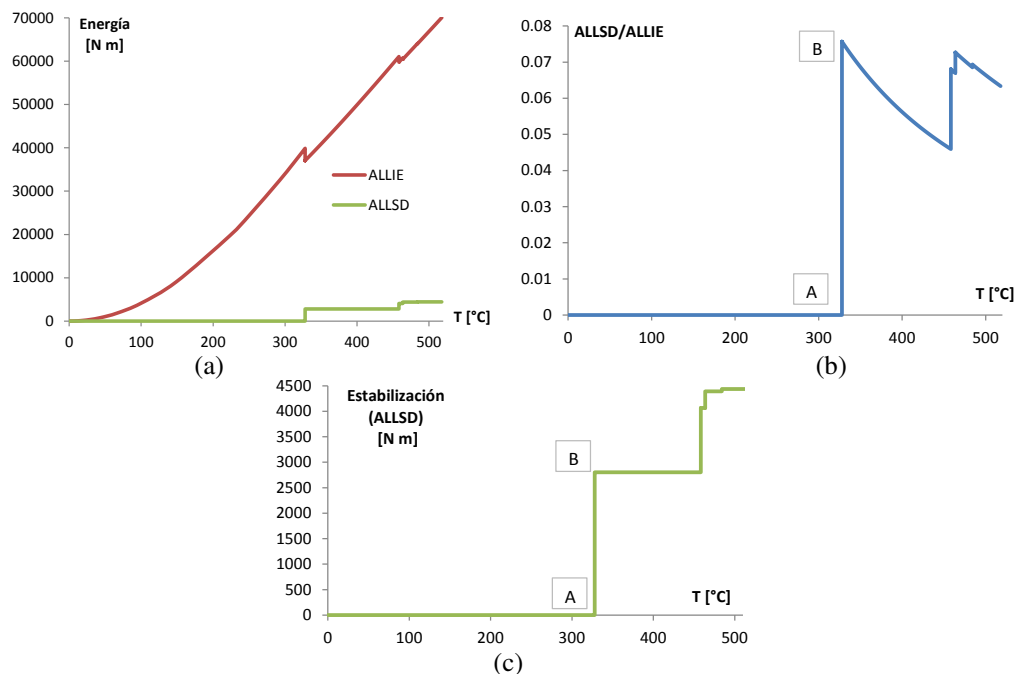


Figura 4: Evolución de componentes de energía mediante ADM. (a) Energía Total de Deformación (ALLIE) y Energía de Estabilización (ALLSD), (b) Relación entre ALLSD y ALLIE, (c) Detalle de ALLSD.

La Figura 5(a) muestra las trayectorias de equilibrio obtenidas con ambas metodologías, ADM y Riks, para la geometría perfecta de la estructura en la que se representa el aumento de temperaturas desde un valor nulo hasta la temperatura de estado estacionario del Nodo A ( $367^{\circ}C$ ), ubicado donde la forma del primer modo presenta el mayor desplazamiento hacia afuera de la cáscara perfecta. Los desplazamientos  $U1$  corresponden al meridiano con mayor carga térmica y en dirección fuera del plano. La temperatura en dicho nodo correspondiente al estado crítico es de  $207^{\circ}C$ , obtenida multiplicando la temperatura de estado estacionario por  $\lambda^c$  (obtenido por LBA). En ambas curvas se observa una trayectoria fundamental lineal coincidente, la trayectoria por Riks al llegar a  $213^{\circ}C$  presenta un máximo y continúa como decreciente. Con la metodología ADM para una temperatura de  $231^{\circ}C$  aproximadamente aparece un comportamiento inestable que activa el amortiguamiento artificial. Estas temperaturas son las que permiten identificar el estado crítico con las respectivas metodologías, el estado precrítico es el mismo a lo largo de toda la trayectoria y la diferencia se produce en el comportamiento poscrítico. La Figura 5(b) presenta deformadas obtenidas en la simulación por Riks correspondientes al estado crítico ( $T_{max} = 213^{\circ}C$ ) y en las primeras etapas de la respuesta poscrítica para una temperatura de  $191^{\circ}C$ , aquí se puede observar inestabilidades localizadas en la parte inferior del tanque que aumentan levemente al avanzar la trayectoria.

La Figura 6 muestra las deformadas obtenidas en el estado crítico, identificadas como Estados A, B y C, que comienzan con una leve inestabilidad cerca del apoyo y se extienden hacia la parte superior. Los Estados D, E y F se producen al avanzar la trayectoria poscrítica extendiendo este patrón de deformada a casi la totalidad de la cáscara cilíndrica con un desplazamiento máximo de 0.11m para la temperatura de estado estacionario en el Estado G.

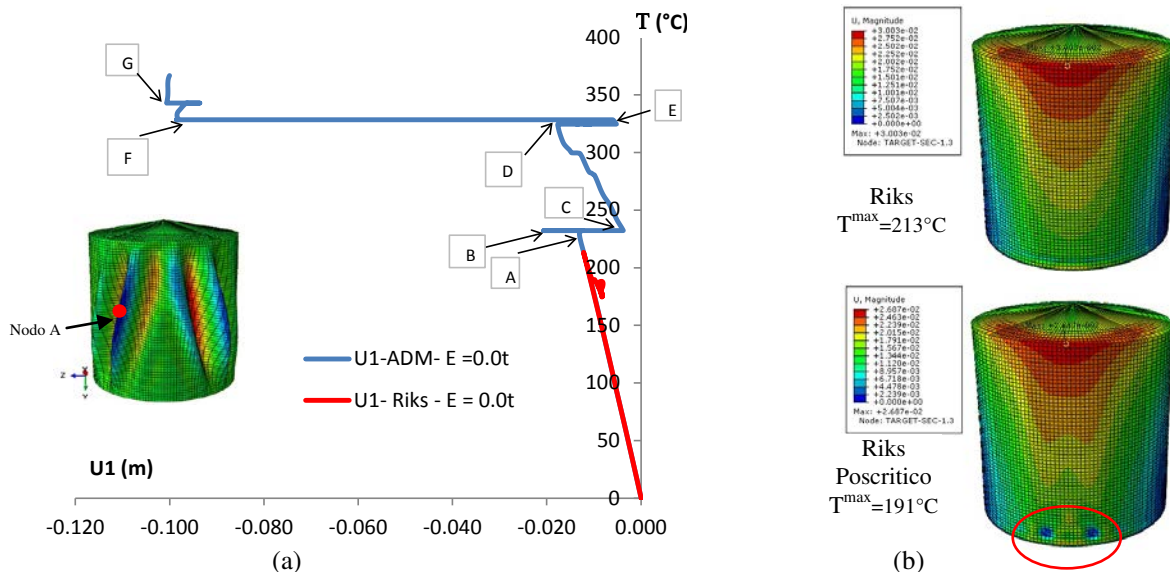


Figura 5: Resultados por Riks y ADM, donde U1 es el desplazamiento fuera del plano en el meridiano de mayor temperatura: (a) Trayectorias de equilibrio para Nodo A, (b) Deformadas por Riks.

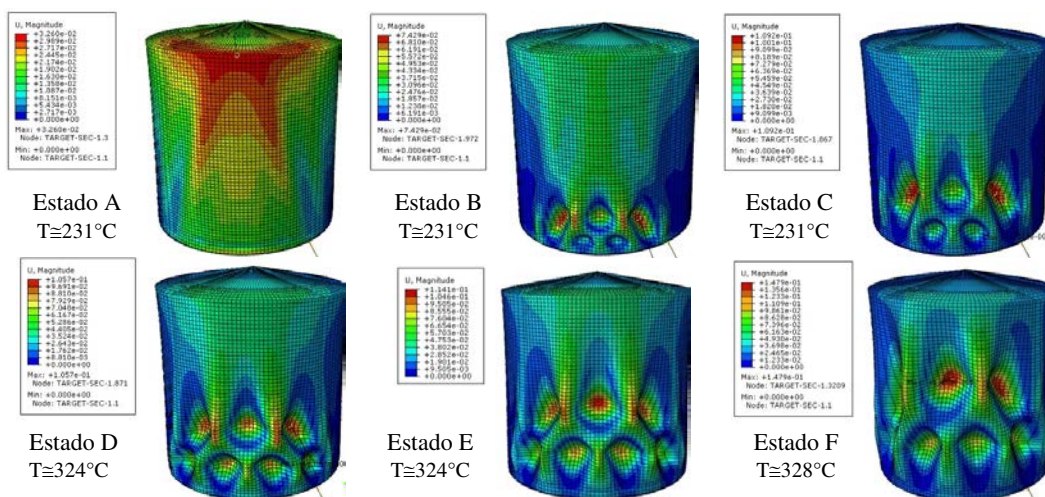


Figura 6: Deformadas en estado crítico y poscrítico por ADM.

Al comparar ambas metodologías se observa la misma respuesta precrítica, en el máximo alcanzado en Riks para  $T=213^\circ\text{C}$  la deformada es similar a la registrada al inicio del estado crítico por ADM (Estado A) pero la incorporación de amortiguamiento artificial permite que las deformaciones evolucionen hasta el Estado C (casi a la misma temperatura) exhibiendo inestabilidades en la parte inferior comparables a las que en Riks se observan en un estado poscrítico inicial ( $T=191^\circ\text{C}$ ). La respuesta por Riks permanece con deformaciones similares sin poder avanzar en la trayectoria poscrítica, mientras que con ADM al pasar al Estado D aparece nuevamente un comportamiento inestable que lleva a la estructura al Estado F con deformaciones que se extienden hacia la parte superior de la cáscara.

Al abordar el otro caso de estudio, en la modelación del tanque con llama vertical mediante ADM se evaluaron trayectorias de equilibrio para geometría perfecta ( $\xi=0.0t$ ) y con una imperfección inicial con la forma del primer modo con amplitud  $\xi=0.05t$ , resultando valores de  $c_{inicial}=0.107s^{-1}$ . Se observa que en ambos casos la trayectoria precrítica es similar y que ADM permite capturar el comportamiento crítico y avanzar en la respuesta hasta alcanzar las temperaturas de estado estacionario. La Figura 7(a) muestra las trayectorias de equilibrio



obtenidas mediante ambas metodologías para el nodo identificado en las deformadas. En la Figura 7(b) se presenta la evolución de la energía de deformación total donde se puede observar que para temperaturas bajas las curvas para Riks y ADM se superponen y que la incorporación de amortiguamiento artificial estabiliza la respuesta permitiendo continuar el proceso de deformación con saltos en las curvas de energía de deformación total.

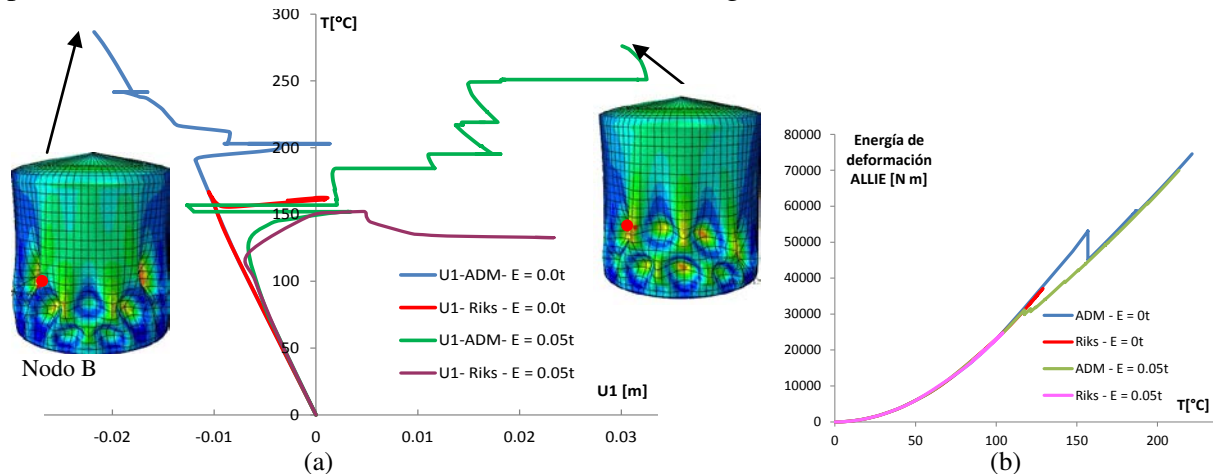


Figura 7: Resultados por Riks y ADM (llama vertical): (a) Trayectorias de equilibrio para Nodo B, (b) Energía de deformación total.

En la Figura 7(a) se presentan las deformadas correspondientes al estado estacionario ( $T=286^{\circ}\text{C}$  en el nodo estudiado) para el método ADM, para la estructura perfecta e incluyendo una imperfección inicial. En la estructura perfecta ADM el estado crítico se presenta a  $T\cong 190^{\circ}\text{C}$  (algo mayor que lo que predice LBA) mientras que el máximo de Riks se produce a una temperatura menor ( $T=164^{\circ}\text{C}$ ). En ambos casos para respuesta poscrítica es similar en las primeras etapas, pero Riks permanece oscilando con temperaturas similares mientras que ADM puede continuar con una trayectoria creciente con algunas inestabilidades adicionales. La presencia de imperfecciones iniciales hace que la deformada final sea más extendida a toda la cáscara con mayores desplazamientos. La Figura 8 muestra tanques con daño durante un incendio donde se pueden observar pandeo extendido en toda la cáscara, similar a lo hallado en la simulación, aunque en esos casos poseen rigidizadores.

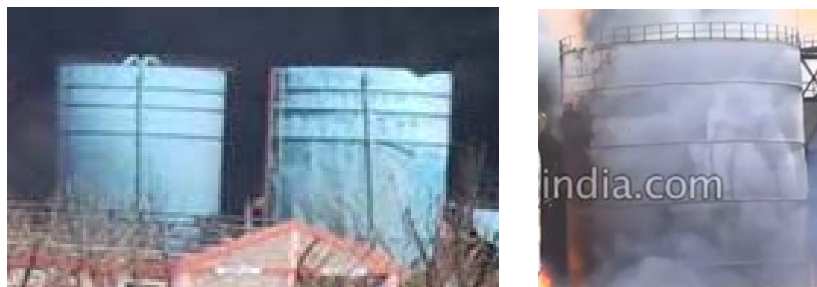


Figura 8: Evidencias de daño en la cáscara cilíndrica durante incendios.

## 5 CONCLUSIONES

En este trabajo se comparan las metodologías de Riks y de Amortiguamiento Artificial (ADM) en la evaluación de inestabilidades geométricas de cáscaras sometidas a acciones térmicas. Ambos métodos dan resultados coincidentes en el cálculo de la trayectoria fundamental y también predicen adecuadamente la temperatura correspondiente al estado crítico asociado a las primeras inestabilidades que aparecen en la estructura.

La metodología ADM permite superar inestabilidades localizadas, estabilizando la

respuesta de manera que es posible continuar con la evaluación de la trayectoria de equilibrio más allá de la primera inestabilidad y detectar situaciones similares para temperaturas crecientes. El método de Riks falla en casos donde se presentan inestabilidades sucesivas a medida que la carga aumenta, aunque es eficiente en la determinación de pandeo que responde a una forma que se mantiene a medida que el parámetro de carga aumenta.

Una ventaja de ADM aplicado a cargas térmicas producidas durante incendios es que permite seguir la respuesta estructural hasta que las temperaturas llegan a los valores del estado estacionario térmico para poder predecir daños en esa etapa poscrítica avanzada. Esto es especialmente útil a los efectos de elaborar recomendaciones de diseño que pretenden evitar la propagación del incendio.

Para casos de incendio reales, sería importante evaluar las configuraciones finales de un tanque incendiado, a fin de establecer si esta metodología ADM permite representar las etapas finales de falla bajo fuego. Las dificultades de estas validaciones son disponibilidad de información detallada de un caso de incendio de un tanque específico.

## REFERENCIAS

- ABAQUS. *Simulia. Unified FEA*. Dassault Systemes. Warwick, Rhode Island. USA, 2006
- API 650. Welded steel tanks for oil storage. *American Petroleum Institute*, 2010.
- Burgos, C., Batista-Abreu, J., Calabró, D., Jaca, R.C. and Godoy, L.A., Buckling estimates for oil storage tanks: Effect of simplified modeling of the roof and wind girder. *Thin Walled Structures*, 91:29-37, 2015.
- Calabró H. D., Godoy L. A. y Jaca R. C., Inestabilidad de tanques de almacenamiento de petróleo con techo cónico debido a fuego. *Revista Sudamericana de Ingeniería Estructural*, 11(1):7-28, 2014.
- CIRSOC 102, *Acción del viento sobre las construcciones*, Centro de Investigación de los Reglamentos Nacionales de Seguridad para Obras Civiles, Buenos Aires, 2005.
- Espinosa, S.N. y Jaca, R.C., Transferencia de calor entre tanques de almacenamiento de combustibles expuestos a fuego. *Mecánica Computacional*, 34:135-149, 2016.
- Jaca, R.C., Calabró, H.D. y Espinosa, S.N., Influencia del nivel de fluido y viento en la respuesta estructural de un tanque de petróleo en situación de incendio. *Mecánica Computacional*, 34:163-180, 2016.
- Jaca, R.C., Espinosa, S.N. y Godoy, L.A., Comportamiento poscrítico de tanques de almacenamiento de combustible sometidos a la acción de viento y fuego. *Mecánica Computacional*, 35: 2185-2201, 2017.
- Kanarachos, A.E. and Spentzas, C.N., An artificial damping method for the determination of the steady state of harmonically excited non-linear systems. *Journal of Sound and Vibrations*, 120(3): 597-608, 1988.
- Liu, Y., Thermal buckling of metal oil tanks subject to an adjacent fire. Phd Thesis, The University of Edinburgh, 2011.
- Pantousa, D., Tzaros, K. and Kefaki, M.A., Thermal buckling behaviour of unstiffened and stiffened fixed-roof tanks under non-uniform heating. *Journal of Constructional Steel Research*, 143:162-179, 2018.
- Riks, E., The application of Newton's method to the problem of elastic stability. *Journal of Applied Mechanics*, 39:1060-1065, 1972.
- Riks, E., An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems. *International Journal of Solids and Structures*, 15:529-551, 1979.