

Algoritmos y Estructuras de Datos.

Parcial 3. Tema 2b. [25 de Junio de 2002]

Ej. 1.- Escribir las funciones primitivas del TAD CONJUNTO listadas a continuación, para árboles binarios de búsqueda:

- (a) ANULA(A)
- (b) INSERTA(x, A)
- (c) SUPRIME(x, A)
- (d) MIEMBRO(X, A)

Ej. 2.- El algoritmo mergesort modificado: El procedimiento Mergesort se basa en la estrategia “*dividir para vencer*”. Primero se ordenan las posiciones impares entre sí (recursivamente), luego las pares, y luego se intercalan ambas subsecuencias. Si el intercalamiento se puede hacer en tiempo $O(n)$ entonces puede demostrarse que el número de operaciones total es $O(n \log(n))$ en el peor caso. Ya hemos visto para la representación de conjuntos como listas enlazadas clasificadas que el intercalamiento de dos listas enlazadas clasificadas se puede hacer en tiempo $O(n)$. Para vectores no es tan sencillo, y se conjetura que no se puede hacer tal operación en tiempo $O(n)$ sin uso de memoria adicional (es decir, no se puede hacer “*in place*”).

$j=1$	$A = \{ \overset{p}{0} \overset{q}{10} 7 15 7 22 10 23 19 30 27 35 34 39 40 40 \}$	$C = \{ \}$
$j=2$	$A = \{ \overset{p}{0} \overset{q}{X} 7 15 7 22 10 23 19 30 27 35 34 39 40 40 \}$	$C = \{ 10 \}$
$j=3$	$A = \{ \overset{p}{0} \overset{q}{7} X X 7 22 10 23 19 30 27 35 34 39 40 40 \}$	$C = \{ 10 15 \}$
$j=4$	$A = \{ \overset{p}{0} \overset{q}{7} 7 X X X 10 23 19 30 27 35 34 39 40 40 \}$	$C = \{ 10 15 22 \}$
$j=5$	$A = \{ \overset{p}{0} \overset{q}{7} 7 10 10 15 19 X X X 27 35 34 39 40 40 \}$	$C = \{ 22 23 30 \}$
$j=6$	$A = \{ \overset{p}{0} \overset{q}{7} 7 10 10 15 19 22 23 27 X X 34 39 40 40 \}$	$C = \{ 30 35 \}$
$j=7$	$A = \{ \overset{p}{0} \overset{q}{7} 7 10 10 15 19 22 23 27 30 34 X X 40 40 \}$	$C = \{ 35 39 \}$
$j=8$	$A = \{ \overset{p}{0} \overset{q}{7} 7 10 10 15 19 22 23 27 30 34 35 39 40 X \}$	$C = \{ 40 \}$
fin	$A = \{ 0 7 7 10 10 15 19 22 23 27 30 34 35 39 40 40 \}$	$C = \{ \}$

Se propone el siguiente algoritmo de intercalación para vectores que utiliza una cola auxiliar C (y por lo tanto no es “*in place*”). Por simplicidad asumimos que el número de elementos en el arreglo n es par, que las posiciones impares y pares están clasificadas entre sí, e inicialmente la cola C está vacía. Considerando el arreglo A de longitud $n = 16$ de la figura, el algoritmo lo ordena en $n/2 = 8$ pasos. En cada paso el algoritmo ordena los elementos p, q en las posiciones $2j - 1$ y $2j$. Después del paso j los primeros $2j$ elementos están ordenados y ubicados en parte en la cabecera del vector (posiciones 1 a

k , marcados en la figura con una caja rectangular) y en la cola C . Entre la posición $k + 1$ y la posición $2j - 1$ hay una serie de elementos (tantos como hay en C) cuyos valores son irrelevantes (en la figura están marcados con una X). El algoritmo es el siguiente

```
for j:=1 to n div 2 do begin
  p := A[2j-1]; q := A[2j]; r := min(p,q);
  pone 'max(p,q)' en C;
  pone todos los elementos de 'C' menores o iguales que 'r' en
    la cabecera de 'A' (despues de la posicion 'k');
  pone 'r' en la cabecera de 'A';
end;
pone todos los elementos restantes de 'C' en la cabecera de 'A';
```

Así, por ejemplo, en el paso 6 del ejemplo de la figura consideramos los elementos $p = 27$, $q = 35$ en las posiciones 11 y 12. El mínimo de ambos es $r = 27$ de manera que insertamos 35 en C . Tomamos los elementos de C menores que r (22 y 23), y los ponemos en la cabecera de A y finalmente ponemos r en la cabecera. Durante este paso el número de elementos ordenados en la cabecera se incrementó en 3 y la longitud de la cola C se redujo en 1. Si bien este algoritmo no es “*in place*” el tamaño de la cola C es en promedio de longitud $O(\sqrt{n})$ (puede ser n en el peor caso).

Consigna: Escribir un procedimiento MERGEQ que intercala dos secuencias de acuerdo al algoritmo descripto previamente.

```
tipo_elemento = integer;
type vector = array[1..N] of tipo_elemento;
procedure MERGEQ(var A:vector; N:tipo_elemento);
```

Usar las primitivas del TAD COLA:

```
procedure ANULA(var C:cola);
procedure PONE(x:tipo_elemento; var C:cola);
procedure QUITA(var C:cola);
function FRENTE(C:cola): tipo_elemento;
function VACIA(C:cola): boolean;
```

Ej. 3.- Preguntas sobre clasificación: [Responder según el sistema “*multiple choice*”, es decir marcar con una cruz el casillero apropiado. **Atención:** Algunas respuestas son intencionalmente “descabelladas” y tienen puntajes **negativos**!]

(a) ¿Cuál de los siguientes algoritmos de clasificación es $O(n \log(n))$?

- ☐ Burbuja (“*bubble-sort*”)
- ☐ Inserción
- ☐ Reducción óptima (“*indian-tonic-sort*”)

- ☐ Clasificación por montículos (*"heap-sort"*)
- (b) El mejor caso para el algoritmo de clasificación rápida (*"quick-sort"*) es cuando el pivote v particiona la secuencia en dos secuencias de longitud n_1 y n_2 tales que
- ☐ ... $n_1 \approx \sqrt{n_2}$
- ☐ ... $n_1 \ll n_2$
- ☐ ... $n_1 \gg n_2$
- ☐ ... $n_1 \approx n_2$
- (c) En un *montículo* con n elementos, el número de niveles es ...
- ☐ ... $O(2^n)$
- ☐ ... $O(n)$
- ☐ ... $O(\log(n))$
- ☐ ... $O(n^2)$
- (d) El algoritmo de clasificación por urnas tiene un tiempo de ejecución $T(n) = O(n)$ pero está restringido a que el número de claves posibles ...
- ☐ ... sea una potencia de 2.
- ☐ ... sea finito.
- ☐ ... sea delgado.
- ☐ ... sea infinito.

Ej. 4.- Realizar las siguientes tareas

- (a) Dados los enteros $\{93, 87, 63, 61, 32, 24, 17, 16, 10, 2\}$ ordenarlos por el método de *"montículos"* (*"heap-sort"*). Mostrar el montículo (minimal) antes y después de cada inserción/supresión.
- (b) Dados los enteros $\{520, 811, 405, 71, 685\}$ ordenarlos por el método de urnas (*"bin-sort"*), con $B = 10$ urnas, y tantas pasadas como sea necesario. Mostrar la tabla de urnas y su contenido después de cada pasada. Especificar cuál es la instrucción Pascal que se debe utilizar para ubicar los elementos en las urnas durante cada pasada.
- (c) Dados las cadenas de caracteres $\{\text{Pandora, Hiperon, Pan, Mimas, Atlas, Helena, Calipso}\}$ insertarlos, en ese orden, en un *"árbol binario de búsqueda"*. Lugo, mostrar las operaciones necesarias para eliminar los elementos $\{\text{Hiperon, Pan}\}$